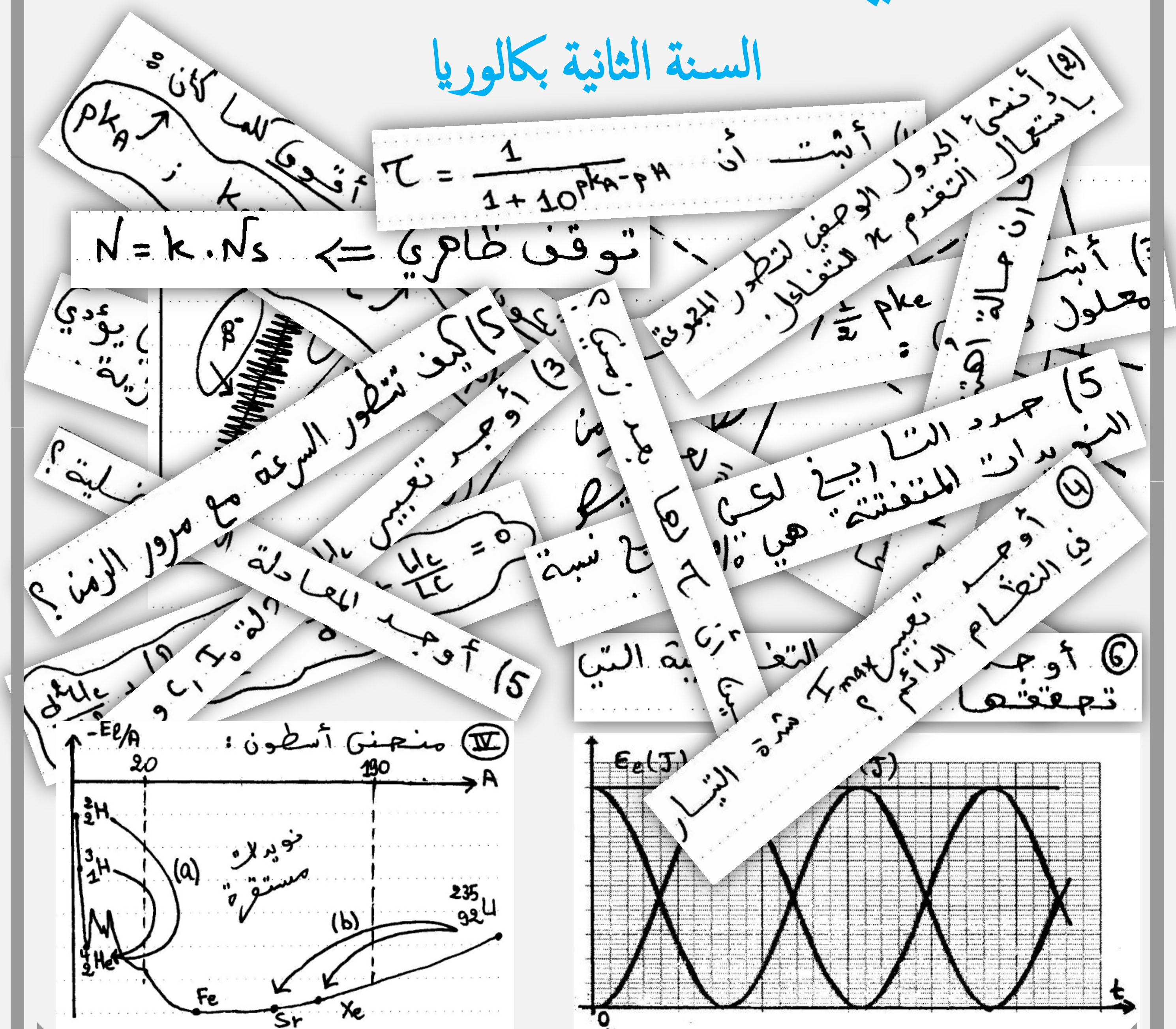
سلاسل النجاح

في الفيزياء و الكيمياء

السنة الثانية بكالوريا



تقديم:

توصلت بهذا الملف من طرف تلميذ نجيب، بغية وضعه بالمكتبة المجاورة للمؤسسة التي أعمل بها، و ذلك بهدف استفادة التلاميذ الآخرين.. و لما رأيت في موضوعه ما من شأنه أن يكون ذا أهمية بالغة لتلميذ السنة الختامية من سلك البكالوريا، في مادة الفيزياء و الكيمياء، و الأستاذ على حد سواء، نظرا لما يتضمنه من إجابات على معظم التساؤلات التي قد يصادفها التلميذ في امتحانات المراقبة المستمرة و الامتحان الوطني، قررت أن أعيد صياغته و تحريره في هذه النسخة الجديدة، و أن أضعه رهن إشارة الجميع على الشبكة العنكبوتية، على أن يتم نشر النسخة الثانية و التي ستشمل جميع الدروس مستقبلا بمشيئة الله.

كلفني هذا الموضوع وقتا طويلا، بين التدقيق و الكتابة مع بعض الإضافات و النسخ و تعديل الصورة، و هو مجهود لا يقلل بأي حال من الأحوال من عمل صاحبه، الذي لم أشر إليه في هذا التقديم نظرا لكون المصدر مجهولا ! عموما، فالمعرفة إرث عالمي، إنها جملة من التراكمات التي أنتجها العقل البشري عبر التاريخ، و قد يحصل أن تفقد هذه المعرفة مصدرها خلال عملية التراكم هذه، بيد أن دورنا يتجلى في إغنائها و إعادة نشرها للعموم.. إنها ملك للجميع.

عبد العزيز العمراني

الفهرس :

------------------------------- الفيزياء -------------------------------

------------------------------- الكيمياء -------------------------------

1

2

3

4

سلاسل النجاح

الجزء الأول من :

الفيزياء

- الموجات الميكانيكية المتوالية
- الموجات الميكانيكية المتوالية الدورية
- انتشار موجة ضوئية
- التناقص الإشعاعي
- النوى الكتلة و الطاقة
- ثنائي القطب RC
- ثنائي القطب RL
- التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

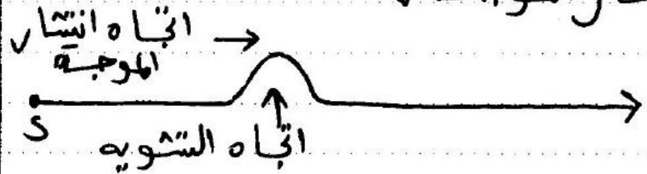
I الموجة الميكانيكية :

1 تعريف :

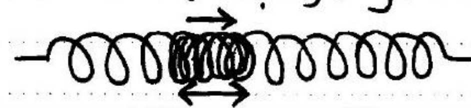
هي ظاهرة انتشار تشويه في وسط مادي مرن و متجانس حيث تنتقل الطاقة دون انتقال المادة

2 أنواع الموجات :

a) الموجة المستعرضة : هي عندما يكون اتجاه التشويه عمودي على اتجاه انتشار الموجة :



b) الموجة الطولية : هي عندما يكون اتجاه التشويه على استقامة واحدة مع اتجاه انتشار الموجة :



c) الموجة الصوتية : الصوت، موجة ميكانيكية طولية تنتشر بتمدد و انضغاط وسط الانتشار.

II الخاصيات العامة للموجات :

1 موجة أحادية البعد : عندما تنتشر وفق خط مستقيم
مثال : انتشار موجة طول الحبل.

2 موجة ثنائية البعد : عندما تنتشر فوق مستوى
مثال : انتشار موجة على سطح الماء

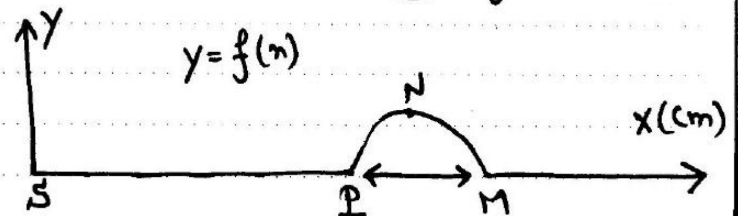
3 موجة ثلاثية البعد : عندما تنتشر في الفضاء.
مثال : الموجات الصوتية.

III سرعة الانتشار :

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

v (m/s) ، d (m) ، Δt (s)

1 مظهر الحبل عند اللحظة t_1



* M : مقدمة الموجة
* PM : طول التشويه
* SM : المسافة التي تقطعها مقدمة الموجة (M)
* t_1 : لحظة وصول مقدمة الموجة إلى النقطة M

$$v = \frac{PM}{\Delta t}$$

* Δt : مدة التشويه، أي المدة التي تستغرقها كل نقطة من وسط الانتشار.

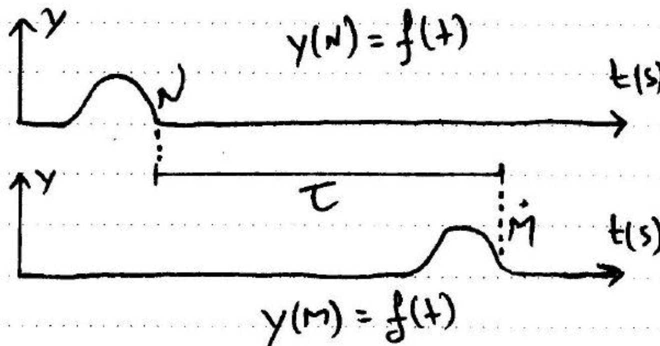
IV التأخر الزمني :

التأخر الزمني لحركة نقطة M بالنسبة للنقطة N هي المدة التي تستغرقها الموجة بين هاتين النقطتين.

$$v = \frac{MN}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{MN}{v}$$

$$\tau = t_M - t_N$$

t_M : لحظة وصول الموجة إلى M
t_N : لحظة وصول الموجة إلى N



7) العوامل المؤثرة على سرعة الإنتشار

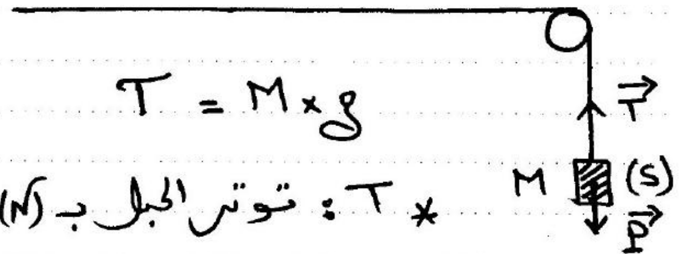
1) تأثير مرونة الوسط :

إذا ازداد توتر الحبل تزداد سرعة انتشار الموجة، إذن سرعة الإنتشار ترتبط بمرونة الوسط.

2) تأثير قصور الوسط :

تكون سرعة انتشار الموجة أصغر في الحبل ذي الكتلة الطولية الأكبر.

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$



$$T = M \times g$$

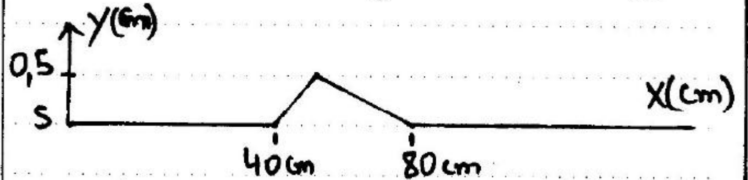
* T : توتر الحبل بـ (N)
* M : كتلة الجسم (S) بـ (kg)
* g : شدة مجال الثقالة بـ (N/kg)

$$\mu = \frac{m}{L}$$

* μ : الكتلة الطولية بـ (kg/m)
* m : كتلة الحبل بـ (kg)
* L : طول الحبل بـ (m)

تطبيق :

تنطلق موجة من (S) طرف حبل عند لحظة $t=0$ بسرعة $v=4\,m/s$، لتصل إلى نقطة M_1 عند اللحظة t_1.
يمثل الشكل مظهر الحبل عند اللحظة t_1.



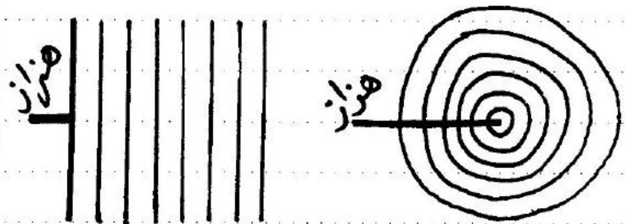
1) هل الموجة طولية أم مستعرضة ؟
2) حدد قيمة t_1.
3) ما هي المدة Δt التي تستغرقها حركة كل نقطة من الحبل ؟
4) نعتبر نقطة M_2 من الحبل حيث :
$SM_2 = 1\,m$
a) في أي لحظة تبدأ M_2 بالحركة ؟
b) في أي لحظة تتوقف M_2 عن الحركة.
c) أحسب τ التأخر الزمني بين M_1 و M_2
5) مثل مظهر الحبل عند اللحظة $t = 0,3\,s$.

I) الموجة الميكانيكية المتوالية الدورية :

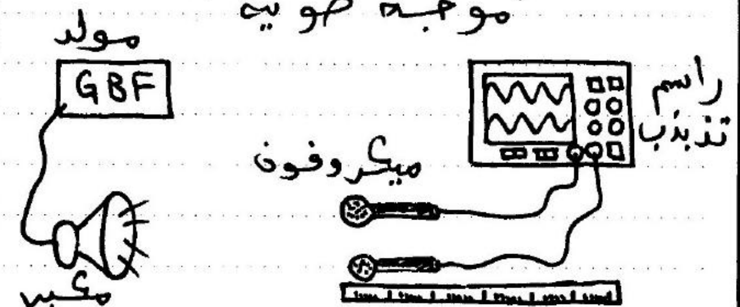
1) تعريف : هي ظاهرة انتشار تشويه دوري في وسط مادي مرن .

* أمثلة :

"موجة على سطح الماء"



"موجة صوتية"

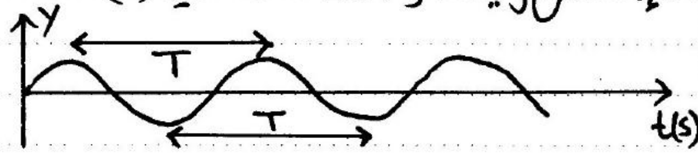


II) الموجة الميكانيكية الدورية الجيبية

1) تعريف : هي موجة يكون المقدار الفيزيائي المقرون بها دالة جيبية بدلالة الزمن .

2) الدورية الزمانية : T

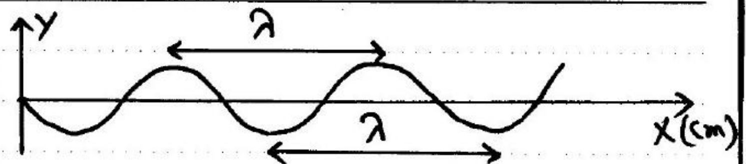
هي أصغر مدة زمنية تعود خلالها نقطة من وسط الانتشار إلى نفس الحالة الاهتزازية . ووحدتها (s)



3) الدورية المكانية : λ

طول الموجة

هو أصغر مسافة بين نقطتين من وسط الانتشار يهتزان على توافق في الطور.



4) سرعة الانتشار :

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \times N$$

v (m/s) ؛ d (m) ؛ Δt (s) ؛ T (s) ؛ λ (m) ؛ N (Hz)

5) حالة اهتزاز نقطتين من وسط الانتشار M و N .

$MN = k.\lambda \ ; \ k \in \mathbb{N}^*$ ‖* M و N على توافق في الطور

$MN = (2k+1).\frac{\lambda}{2}$ ‖* M و N على تعاكس في الطور

مثال : $SM = 5\,cm$; $SN = 9\,cm$; $\lambda = 2\,cm$

(1) قارن حالة اهتزاز M و N مع المنبع S

* $\frac{SM}{\lambda} = \frac{5}{2} \Rightarrow SM = 5.\frac{\lambda}{2}$

تكتب على شكل : $SM = (2k+1).\frac{\lambda}{2}$

مع $k = 2$

S و M ⟸ يهتزان على تعاكس في الطور

* $\frac{SN}{\lambda} = \frac{9}{2} \Rightarrow SN = 9.\frac{\lambda}{2}$

تكتب على شكل : $SN = (2k+1).\frac{\lambda}{2}$

مع $k = 4$

S و N ⟸ يهتزان على تعاكس في الطور

(ج) استنتج حالة اهتزاز M و N .

بما أن كل من M و N على تعاكس في الطور مع S ، فإن M و N على توافق في الطور.

6 الدراسة بالوماض :

تعريف : الوماض جهاز إلكتروني يصدر ومضات دورية تتميز بدور T_s وتردد N_s ، يستعمل لدراسة الحركة الظاهرية لنقط وسط الإنتشار.

$T_s = kT$ و $N = k.N_s$

نلاحظ توقف ظاهري للموجة إذا تحققت إحدى العلاقتين السابقتين

* إذا كانت T_s دنوية تكون k دنوية

أي توافق $k = 1$ ومنه :

$$T_{s(min)} = T$$

* لدينا $N_s = 20 Hz$ و $N = 100 Hz$

ماذا نلاحظ ؟

لدينا : $N = 5 N_s$

ونكتب على شكل $N = kN_s$ مع $k = 5$

إذن نلاحظ توقف ظاهري للموجة

* حدد أقصى قيمة لتردد الوماض للحصول على توقف ظاهري.

توقف ظاهري $\Longrightarrow N = k.N_s$

$\Leftarrow N_s = \frac{N}{k} \Leftarrow N_{s(max)} = \frac{N}{k_{min}}$

$\Leftarrow N_{s(max)} = \frac{N}{1}$

ومنه $N_{s(max)} = N = 100 Hz$

7 تمثيل المظهر :

* حساب المسافة d
* مقارنة d و λ
* اختيار سلم مناسب
* حركة المنبع S عند t=0

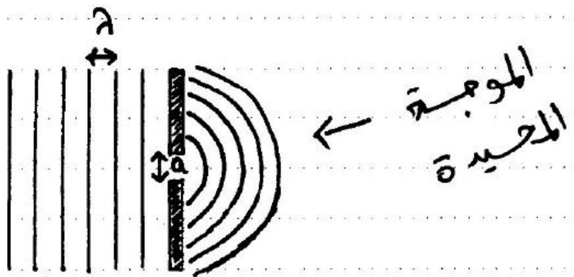
8 تمثيل الإستطالة لنقطة M

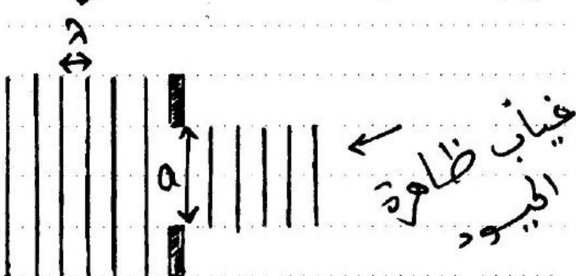
* حساب التأخر الزمني τ
* مقارنة τ و T .
* اختيار السلم
* حركة S عند t=0

9 حيود الموجات الميكانيكية :

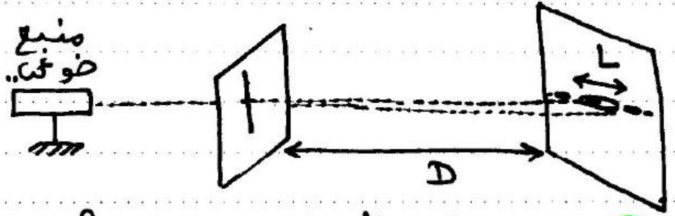
$$a \leq \lambda$$

للموجة الواردة والموجة المحيدة نفس السرعة V ونفس التردد N و نفس طول الموجة λ .





I ظاهرة الحيود :



1 ماذا نلاحظ على الشاشة ؟

نلاحظ تكون بقع مضيئة تتوسطها بقع مظلمة حيث تقل إضاءتها وعرضها كلما ابتعدنا من المركز.

2 ما اسم الظاهرة المشاهدة؟

اسم الظاهرة : ظاهرة حيود الضوء

3 ماهو شرط حدوثها ؟

الشرط هو : $10\lambda < a < 100\lambda$

4 هل يتحقق مبدأ الإنتشار المستقيمي للضوء ؟

ينتشر الضوء وفق خطوط مستقيمية قبل فتحة الحاجز ولكن بعده يتغير اتجاه الأشعة، حيث لا يتحقق مبدأ الإنتشار المستقيمي للضوء.

5 ماذا يمكن أن نستنتج عن طبيعة الضوء من خلال هذه التجربة ؟

الضوء عبارة عن موجة لأنه تعرض لظاهرة الحيود، والحيود خاصية بالنسبة للموجات.

6 هل يمكن أعتبار الضوء موجة ميكانيكية ؟

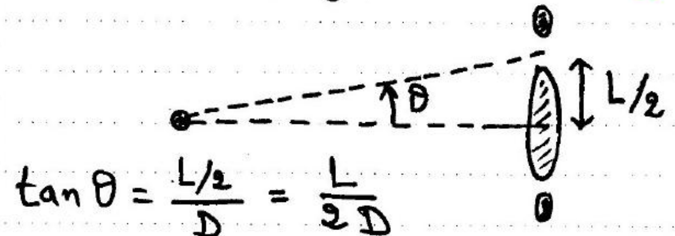
لا يمكن أعتبار الضوء موجة ميكانيكية لأنه ينتشر في الأوساط المادية والغير المادية، عكس الموجات الميكانيكية التي تحتاج إلى وسط مادي.

7 يكون أتجاه الشق دائما متعامدا مع اتجاه البقع المضيئة.

8 عرف الفرق الزاوي θ ؟

الفرق الزاوي θ هو الزاوية التي يكونها اتجاه الشعاع المار من مركز البقعة المركزية واتجاه الشعاع المار من أول بقعة مظلمة.

9 أوجد تعبير θ بدلالة L و D



$$\tan\theta = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$$

بالنسبة لـ θ صغيرة جدا :

$$\Rightarrow \tan\theta \simeq \theta \Rightarrow \theta = \frac{L}{2D}$$

θ : الفرق الزاوي (rad)

L : عرض البقعة المركزية (m)

D : المسافة بين الشق والشاشة

10 نغير عرض الشق a ونقيس في كل حالة عرض البقعة المركزية L فنحصل على جدول القياسات التالي :

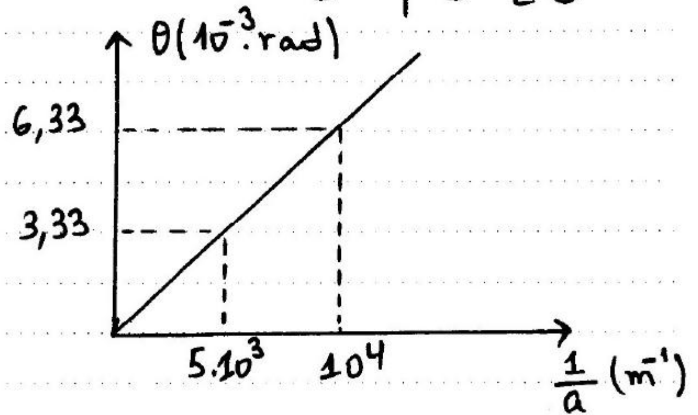
a (μm)	100	120	200	250	300
L (mm)	19	16	10	7,5	6,5

ماذا نلاحظ من خلال الجدول ؟ استنتج .

نلاحظ أن عرض البقعة المركزية ينقص كلما ازداد عرض الشق a

نستنتج أن عرض البقعة المركزية L يتناسب عكسيا مع عرض الشق a

11 نقوم بخط المنحنى $\theta = f(\frac{1}{a})$ فنحصل على الرسم التالي :



(a) أعط معادلة المنحنى واستنتج أن الدالة $\theta = f(\frac{1}{a})$ دالة خطية .

$$\theta = k.\frac{1}{a} \quad \text{مع} \quad k = \frac{\Delta\theta}{\Delta(\frac{1}{a})}$$

$$k = \frac{6,33.10^{-3} - 3,33.10^{-3}}{10^4 - 0,5.10^4}$$

$$k = 6.10^{-7}\ m$$

ومنه $\theta = 6.10^{-7} \times \frac{1}{a}$

نستنتج أن $k \simeq \lambda_0$

(b) أعط التعبير الرياضي لـ θ بدلالة λ و a :

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

طول الموجة λ في الهواء أو في الفراغ ، يكون دائما محصور بينا 400 nm و 800 nm

$$400\,nm < \lambda < 80\,nm$$

$\lambda_R = 800\ nm$ و $\lambda_{Vi} = 400\ nm$

$1\,nm = 10^{-9}\,m$ و $1\,\mu m = 10^{-6}\,m$

12 عين طول الموجة λ الذي يؤدي إلى أكبر عرض للبقعة المركزية .

لدينا $\theta = \frac{\lambda}{a}$ و $\theta = \frac{L}{2D}$

$$\Leftarrow \quad \frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$$

$\Leftarrow$ L يتناسب اطرادا مع λ

إذن الشعاع الأحمر هو الذي يؤدي إلى أكبر عرض للبقعة المركزية L .

II مميزات الموجة الضوئية .

1 تعريف : نسمي ضوء أحادي اللون كل ضوء لا يتبدد عند اجتيازه لموشور .

2 سرعة انتشار الموجة الضوئية

$$C = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\lambda_0}{T} = \lambda_0 . \nu$$

* C : سرعة الضوء في الهواء / الفراغ

* λ_0 : طول الموجة في الهواء / الفراغ

* ν : تردد الموجة بـ Hz

ملاحظة : التردد ν يبقى دائما ثابت ولا يتعلق بالوسط .

3 معامل الإنكسار :

$$n = \frac{C}{V} = \frac{\lambda_0 . V}{\lambda . V} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

III ظاهرة الإنكسار

شعاع أحادي اللون ; A ; i ; r ; r' ; i' ; D

$$\sin i = n . \sin r$$
$$\sin i' = n . \sin r'$$
$$A = r + r'$$
$$D = i + i' - A$$

ملاحظة :
الشعاع الضوئي ينكسر دائما نحو قاعدة الموشور

تطبيق 1 : $A = 60°$; $n = 1,6$; $i = 45°$

أحسب r و r' و i' و D

* r : $\sin i = n . \sin r$

$\Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n} \Rightarrow \sin r = \frac{\sin(45)}{1,6}$

$$\boxed{r = 26°,23}$$

* r' : $A = r + r'$

$\Rightarrow r' = A - r$
$= 60° - 26°,23$

$$\boxed{r' = 33,78}$$

* i' : $\sin i' = n \sin r'$

$\Rightarrow \quad = 1,6 \times \sin(33,78)$

$$\boxed{i' = 62°,82}$$

* D : $D = i + i' - A$

$$\boxed{D = 47,82}$$

تطبيق 2 : أثبت أن $n = \frac{\sin(D+A)}{\sin(A)}$

في حالة ورود منظمي.

ورود منظمي $\Leftarrow$ $i = 0$ و $r = 0$

$\Leftarrow A = r + r' \Leftarrow \boxed{A = r'}$

$\Leftarrow D = \underset{0}{i} + i' - A \Leftarrow \boxed{i' = D + A}$

$\Leftarrow \sin i' = n \sin r'$

$\sin(D+A) = n . \sin(A)$

وبالتالي : $n = \frac{\sin(D+A)}{\sin(A)}$

تطبيق 3 : أثبت في حالة $i = i'$

أن $n = \frac{\sin\left(\frac{D+A}{2}\right)}{\sin(A/2)}$

$\Leftarrow i = i' \Leftarrow \sin i = \sin i'$

$\Leftarrow n . \sin r = n . \sin r'$

ومنه $\sin r = \sin r'$

$\Leftarrow \boxed{r = r'}$

$\Leftarrow A = r + r'$ أي أن $A = 2r$

$\Leftarrow \boxed{r = A/2}$

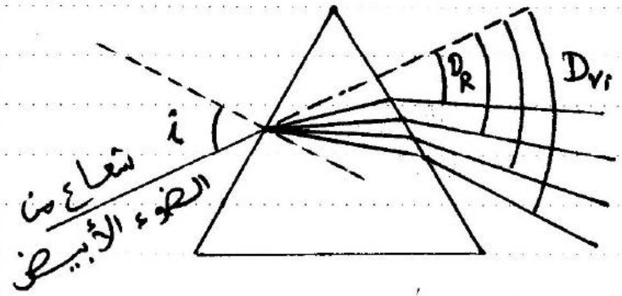
$\Leftarrow D = i + i' - A \Leftarrow i = \frac{D+A}{2}$

$\Leftarrow \sin i = n \sin r$

$\Leftarrow \sin\left(\frac{D+A}{2}\right) = n . \sin(A/2)$

وبالتالي : $\boxed{n = \frac{\sin\left(\frac{D+A}{2}\right)}{\sin(A/2)}}$

IV ظاهرة التبدد :



* ما إسم الظاهرة : ظاهرة تبدد الضوء.

* أعط تفسير لهذه الظاهرة :

كل شعاع له طول الموجة الذي يتعلق بمعامل الإنكسار. تغير n يؤدي إلى تغير r وبالتالي تغير r'، لأن A ثابتة، فينبثق كل شعاع بزاوية i' معينة، أي بزاوية انحراف معينة.

تطبيق 4 : يرد شعاع من الضوء الأبيض على وجه موشور بزاوية ورود $i = 75°$. أحسب الزاوية بين الشعاعين الحديين بعد انبثاقهما من الموشور.

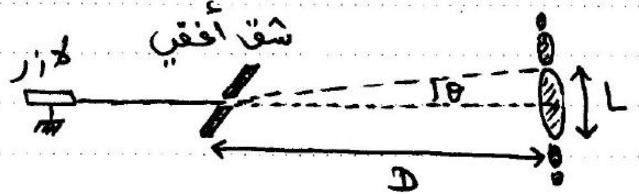
نعطي $n_{Vi} = 1,5$; $n_R = 1,47$
$n_J = 1,485$; $n_B = 1,6$

جواب :

$$\theta = D_{Vi} - D_R$$

تطبيق 5 : ننجز تجربة حيود ضوء أحادي اللون طول موجته λ كما يلي :

$C = 3.10^8 m/s$; $D = 1,5 m$; $a = 120 \mu m$
ونستعمل التقريب $\tan\theta \simeq \theta$.



(1) ماذا توضح هذه الظاهرة ؟ وما هي شروط حدوثها ؟

(2) أعط العلاقة بين θ و a و λ.

(3) أحسب λ علما أن $L = 1,6 cm$

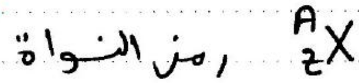
(4) كيف يتغير عرض البقعة المركزية L بدلالة طول الموجة λ ؟

تطبيق 6 : يرد شعاع ضوئيا على سطح فاصل بين الهواء والزجاج بزاوية ورود $i = 30°$. أحسب الزاوية θ التي يكونوها في الزجاج، الشعاعان الأحمر والأزرق علما أن :

$\lambda_{0R} = 0,665 \mu m$ و $\lambda_{0B} = 0,486 \mu m$

نعطي : $n_R = 1,612$
$n_B = 1,671$
$C = 3.10^8 m/s$

I تركيب النواة :



$^{A}_{Z}X$ رمز النواة

Z : عدد الشحنة أو العدد الذري
تمثل عدد البروتونات

A : عدد الكتلة أو عدد النويات
تمثل مجموع البروتونات والنوترونات.

$$A = N + Z$$

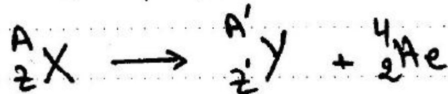
1 تعريف النويدة : هي مجموعة من النوى لها نفس العدد Z ونفس عدد الكتلة A ، رمزها هو رمز النواة $^{A}_{Z}X$

2 تعريف النظائر : هي نويدات لها نفس العدد الذري Z وتختلف من حيث عدد الكتلة (أي من حيث عدد النوترونات)

3 النشاط الإشعاعي : هو تفتت طبيعي، تلقائي وغير مرتقب في الزمن لنواة غير مستقرة، حيث تتحول خلاله نواة أصلية إلى نواة متولدة مع انبعاث دقيقة أو عدة دقائق α ، β^{+} ، β^{-}. غالبا ما يصاحبها انبعاث إشعاع γ.

(a) النشاط الإشعاعي α :

تحول نواة أصلية إلى نواة متولدة مع انبعاث نواة الهيليوم $^{4}_{2}He$.

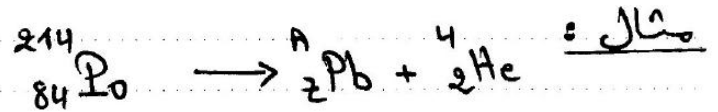


$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A'}_{Z'}Y + {}^{4}_{2}He$$

قانونيا صودي :

* انحفاظ عدد الكتلة : $A = A' + 4$
* انحفاظ عدد الشحنة : $Z = Z' + 2$

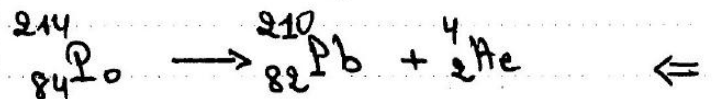
مثال :



$$^{214}_{84}Po \longrightarrow {}^{A}_{Z}Pb + {}^{4}_{2}He$$

$\Leftarrow$ $A = 214 - 4$ و $Z = 84 - 2$

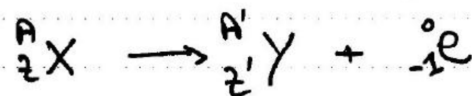
$A = 210$ و $Z = 82$



$$\Leftarrow \quad ^{214}_{84}Po \longrightarrow {}^{210}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$$

(b) النشاط الإشعاعي β^{-}

تفتت نواة أصلية إلى نواة متولدة مع انبعاث إلكترون $^{0}_{-1}e$.

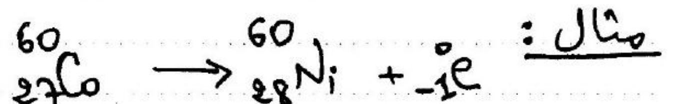


$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A'}_{Z'}Y + {}^{0}_{-1}e$$

$\Leftarrow$ $A = A'$ و $Z = Z' - 1$

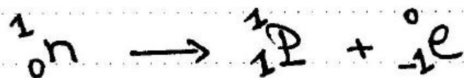
$Z' = Z + 1$

مثال :



$$^{60}_{27}Co \longrightarrow {}^{60}_{28}Ni + {}^{0}_{-1}e$$

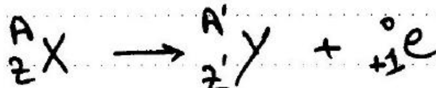
يفسر هذا التفتت بتحول نوترون إلى بروتون وفق المعادلة :



$$^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e$$

(c) النشاط الإشعاعي β^{+}.

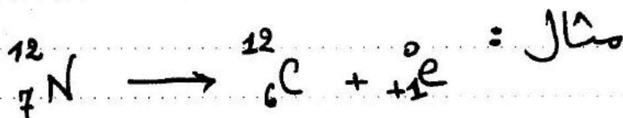
تفتت نواة أصلية إلى نواة متولدة مع انبعاث بوزيترون $^{0}_{+1}e$.



$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A'}_{Z'}Y + {}^{0}_{+1}e$$

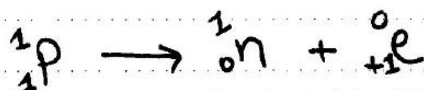
$\Leftarrow$ $A' = A$ و $Z' = Z - 1$

مثال :



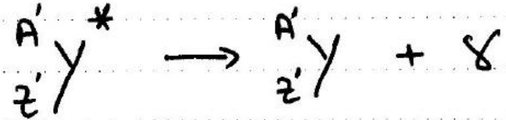
$$^{12}_{7}N \longrightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{0}_{+1}e$$

تفسير : تحول بروتون إلى نوترون



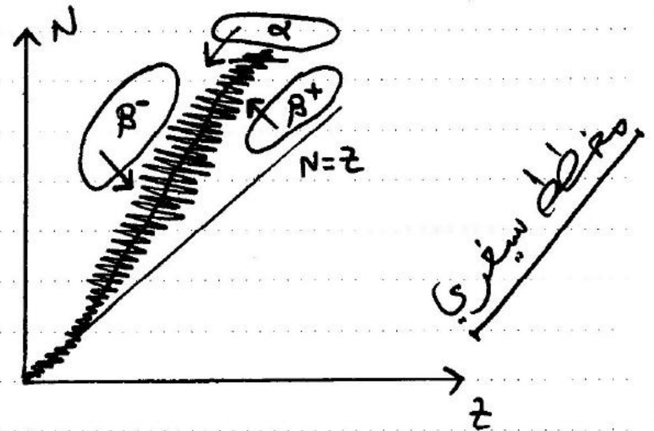
$$^{1}_{1}p \longrightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}e$$

(د) الإشعاع γ : ناتج عن فقدان النويدة المتولدة إثارتها جزئيا أو كليا. ويكون مصحوبا لإحدى التحولات السابقة.



$${}^{A'}_{Z'}Y^{*} \longrightarrow {}^{A'}_{Z'}Y + \gamma$$

« قاعدة للحفظ »



=> في جهة محور عدد النوترونات N لدينا β^- مع انبعاث ${}_{-1}^{0}e$.

N (Négatif (−)) => e^- و β^-

II قانون التناقص الإشعاعي

$$N = N_0 . e^{-\lambda t}$$

N_0 : عدد النويدات البدئية
N : عدد النويدات المتبقية
λ : ثابتة النشاط الإشعاعي (s^{-1})

__تعريف__ : عمر النصف هو المدة الزمنية اللازمة لتفتت نصف نوى العينة البدئية.

(1) أثبت أن $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$.

$$N = N_0 . e^{-\lambda t}$$

عند $t = t_{1/2}$ <= $N = \frac{N_0}{2}$

<= $\frac{N_0}{2} = N_0 . e^{-\lambda t_{1/2}}$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}}$$

$$\ln \frac{1}{2} = \ln e^{-\lambda t_{1/2}}$$

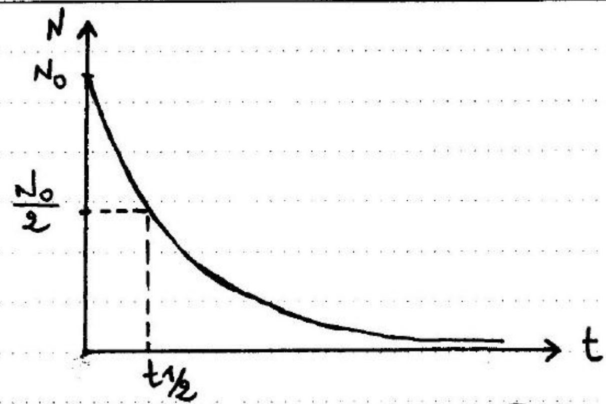
$$\underset{0}{\ln 1} - \ln 2 = -\lambda t_{1/2} . \underset{1}{\ln e}$$

$$\ln 2 = \lambda t_{1/2}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

(2) أوجد نسبة النويدات المتبقية عند $t = 3t_{1/2}$

$N = N_0 . e^{-\lambda t}$ <= $N/N_0 = e^{-\lambda t}$



« علاقات رياضية »

$\ln 1 = 0$

$\ln e = 1$

$\ln e^{x} = x$

$e^{1} = 2,718$

$\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$

$\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$

$(e^{x})' = e^{x}$

$(e^{u(x)})' = u'(x) . e^{u(x)}$

$e^{a} . e^{b} = e^{a+b}$

$\Leftarrow \quad \frac{N}{N_0} = e^{-\frac{Ln2}{t_{1/2}}.t}$

عند $t = 3t_{1/2} \Leftarrow \quad \frac{N}{N_0} = e^{-\frac{Ln2}{t_{1/2}}.3t_{1/2}}$

$\frac{N}{N_0} = e^{-3.Ln2} = 0,125 = 12,5\ \%$

③ أوجد نسبة النويدات المتبقية عند $t = 420\ Jrs$ - نعطي $t_{1/2} = 138\ j$.

$N = N_0\, e^{-\lambda t}$

النسبة : $\Leftarrow \quad \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$

$\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{Ln2}{t_{1/2}} \times t}$

$= e^{-\frac{Ln2}{138} \times 420}$

$\frac{N}{N_0} = 0,1213 = 12,13\ \%$

④ أوجد نسبة النويدات المتفتتة عند $t = 512\ j$ - نعطي $t_{1/2} = 162\ j$

لدينا $N_0 = N + N'$

N' : العدد المتفتت ، N : العدد المتبقي

$\Leftarrow \quad \frac{N_0}{N_0} = \frac{N}{N_0} + \frac{N'}{N_0}$

$1 = e^{-\lambda t} + \frac{N'}{N_0}$

النسبة : $\Leftarrow \quad \frac{N'}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t}$

$\Leftarrow \quad = 1 - e^{-\frac{Ln2}{t_{1/2}} \times t}$

$\Leftarrow \quad = 1 - e^{-\frac{Ln2}{162} \times 512}$

$\Leftarrow \quad \frac{N'}{N_0} = 1 - 0,1118$

$= 0,888 = 88,8\ \%$

⑤ حدد التاريخ لكي تصبح نسبة النويدات المتفتتة هي 25% .

$N_0 = N + N'$

$\frac{N_0}{N_0} = \frac{N}{N_0} + \frac{N'}{N_0}$

$1 = e^{-\lambda t} + \frac{N'}{N_0}$

$\frac{N'}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t}$

أو : $e^{-\lambda t} = 1 - \frac{N'}{N_0}$

$Ln\, e^{-\lambda t} = Ln\left(1 - \frac{N'}{N_0}\right)$

$-\lambda t = Ln\left(1 - \frac{N'}{N_0}\right)$

$t = -\frac{1}{\lambda} . Ln\left(1 - \frac{N'}{N_0}\right)$

النسبة المتفتتة 25% $\Leftarrow \quad \frac{N'}{N_0} = 0,25$

$\Leftarrow \quad t = -\frac{t_{1/2}}{Ln2} \times Ln\left(1 - \frac{N'}{N_0}\right)$

⑥ حدد التاريخ t لكي تصبح نسبة الكتلة المتبقية هي 10% من البدئية . $t_{1/2} = 5600\ ans$

لدينا $n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$

$N = N_0 . e^{-\lambda t}$

$\frac{m \times N_A}{M} = \frac{m_0 . N_A}{M} . e^{-\lambda t}$

$m = m_0 . e^{-\lambda t}$

$\Leftarrow \quad \frac{m}{m_0} = e^{-\lambda t} \quad \Longleftarrow \quad Ln\frac{m}{m_0} = Ln\, e^{-\lambda t}$

$\Leftarrow \quad Ln\frac{m}{m_0} = -\lambda t$

$\Leftarrow \quad t = -\frac{1}{\lambda} . Ln\frac{m}{m_0}$

مع $\frac{m}{m_0} = 0,1$

III النشاط الإشعاعي

تعريف : نشاط عينة هو عدد التفتتات في وحدة الزمن، و يعرف بالعلاقة :

$$a = -\frac{dN}{dt}$$

1 أثبت أن $a = \lambda.N$

$$a = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d(N_0.e^{-\lambda t})}{dt}$$

$$a = -N_0\frac{d}{dt}(e^{-\lambda t}) = -N_0(-\lambda.e^{-\lambda t})$$

$$a = \lambda.N_0.e^{-\lambda t} = \lambda N$$

$$\boxed{a = \lambda.N}$$

2 أثبت أن : $a = a_0.e^{-\lambda t}$

لدينا $a = \lambda.N$

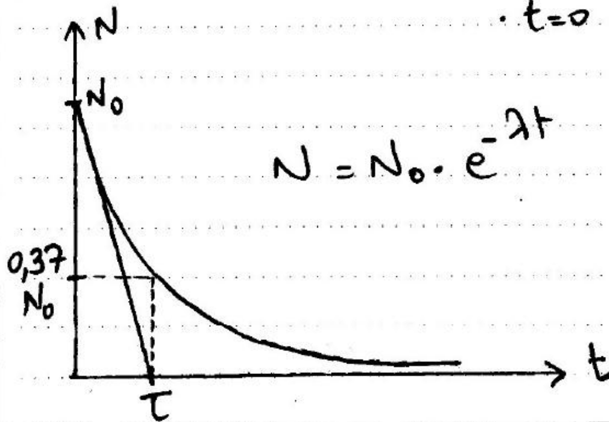
$a_0 = \lambda.N_0$

$$\Leftarrow \frac{a}{a_0} = \frac{\lambda N}{\lambda N_0} = \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\Leftarrow \frac{a}{a_0} = e^{-\lambda t}$$

ومنه $\boxed{a = a_0.e^{-\lambda t}}$

3 أوجد معادلة المماس للمنحنى عند $t=0$.



في الرياضيات معادلة مستقيم تكتب

$$y = ax + b$$

أو : $y = f'(x_0).(x-x_0) + f(x_0)$

بالمماثلة، في الفيزياء نكتب هنا:

$$y = \left(\frac{dN}{dt}\right)_{t=0}.(t-0) + N_0$$

$$y = \left(\frac{dN}{dt}\right)_{t=0}.t + N_0$$

لنحدد $\frac{dN}{dt}$ عند $t=0$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d(N_0.e^{-\lambda t})}{dt} = N_0.(-\lambda.e^{-\lambda t})$$

$$= -\lambda.N_0.e^{-\lambda t}$$

$$\Leftarrow \left.\frac{dN}{dt}\right)_{t=0} = -\lambda N_0$$

$$\Leftarrow y = -\lambda N_0 t + N_0$$

عند $t=\tau \Rightarrow y=0$

$$N_0(-\lambda\tau + 1) = 0$$

$$N_0 \neq 0 \Leftarrow -\lambda\tau + 1 = 0$$

$$\lambda\tau = 1 \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{1}{\lambda}}$$

حيث τ ثابتة الزمن بـ (s)

4 حدد قيمة N عند $t=\tau$. أستنتج.

$$N = N_0.e^{-t/\tau} = N_0.e^{-\tau/\tau}$$

$$N(t=\tau) = N_0.e^{-1} = 0,37.N_0$$

استنتاج : τ تمثل المدة الزمنية اللازمة لتفتت 63% من العينة البدئية

(5) أوجد المعادلة التفاضلية ؟

$$a = \lambda . N$$

$$a = -\frac{dN}{dt}$$

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

⇐ $$\frac{dN}{dt} + \lambda N = 0$$

(6) حل المعادلة التفاضلية :

$N = Ae^{-\alpha t} + \beta$; حدد $A ; \beta ; \alpha$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d(A.e^{-\alpha t} + \beta)}{dt} + \lambda(A.e^{-\alpha t} + \beta) = 0$$

$$-A\alpha . e^{-\alpha t} + \lambda . A . e^{-\alpha t} + \lambda\beta = 0$$

⇐

$$Ae^{-\alpha t}(-\alpha + \lambda) + \lambda\beta = 0$$

$$\begin{cases} -\alpha + \lambda = 0 \\ \lambda\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \alpha \\ \beta = 0 \end{cases}$$

ومنه يكتب حل المعادلة :

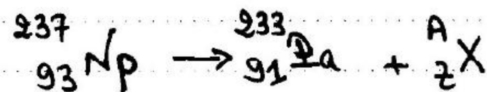
$$N = A . e^{-\lambda t}$$

لدينا عند $t=0$ ⇐ $N_{t=0} = Ae^{-\lambda \times 0} = N_0$

أي أن $A = N_0$

ومنه يصبح الحل $N = N_0 . e^{-\lambda t}$

تطبيق : في الأعمدة الذرية تتحول نويدة النبتينيوم $^{237}_{93}Np$ اشعاعية النشاط إلى نويدة البروتاكتينيوم $^{233}_{91}Pa$ مع انبعاث دقيقة $^{A}_{Z}X$ حسب معادلة التحول التلقائي التالي :



$$^{237}_{93}Np \rightarrow ^{233}_{91}Pa + ^{A}_{Z}X$$

(1) عرف النشاط الإشعاعي

(2) حدد مع التعليل A و Z ، ثم أستنتج نوع النشاط الإشعاعي لنويدة ^{237}Np .

(3) احسب في (SI) قيمة الثابتة λ لنواة Np .

(4) عند لحظة $t=0$ تحتوي نغايات مفاعل نووي على عينة من $^{237}_{93}Np$ كتلتها $m_0 = 100g$.

a- حدد عدد النوى N_0 الموجودة في العينة عند $t=0$.

b- أستنتج a_0 لنفس العينة عند $t=0$

c- أحسب a بعد مرور $t = 10^5$ سنة.

I التكافؤ : كتلة - طاقة

1 علاقة أينشتاين :

تمتلك كل مجموعة كتلتها m في حالة سكون طاقة تسمى طاقة الكتلة .

$$E = m \cdot c^2$$

E بالوحدة J، وm بالوحدة kg، و $c = 3.10^8 \, m/s$

2 وحدات الكتلة والطاقة :

* وحدة الكتلة الذرية :

$$1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \, kg$$

* وحدة الطاقة : eV

$$1 \, eV = 1,6 \cdot 10^{-19} \, J$$

$$1 \, MeV = 10^6 \, eV = 1,6 \cdot 10^{-13} \, J$$

* الطاقة الموافقة لوحدة الكتلة الذرية :

$$1u = 931,5 \, MeV/c^2$$

II طاقة الربط :

1 النقص الكتلي لنواة $^A_Z X$

هو الفرق بين مجموع كتل النويات وكتلة النواة .

$$\Delta m = Z m_p + (A-Z) m_n - m(^A_Z X)$$

2 طاقة الربط لنواة E_ℓ :

هي الطاقة التي يجب إعطاؤها للنواة في حالة سكون لفصل نوياتها وتبقى في حالة سكون.

$$E_\ell = \Delta m \cdot c^2$$

3 طاقة الربط لنوية : $\mathcal{E}$

تمثل طاقة الربط المتوسطة لنوية

$$\mathcal{E} = \frac{E_\ell}{A}$$

وحدتها Mev/nucléon

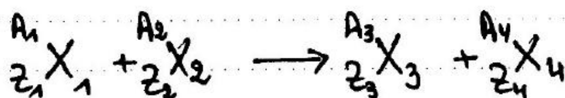
ملاحظة : النويدة الأكثر استقرارا هي التي تمتلك أكبر طاقة ربط متوسطة لنوية ($\mathcal{E}$ أكبر).

III الحصيلة الكتلية والطاقية للتفاعل

الحالة العامة :

$$^{A_1}_{Z_1}X_1 + ^{A_2}_{Z_2}X_2 \longrightarrow ^{A_3}_{Z_3}X_3 + ^{A_4}_{Z_4}X_4$$

a - بدلالة طاقة الربط E_ℓ :

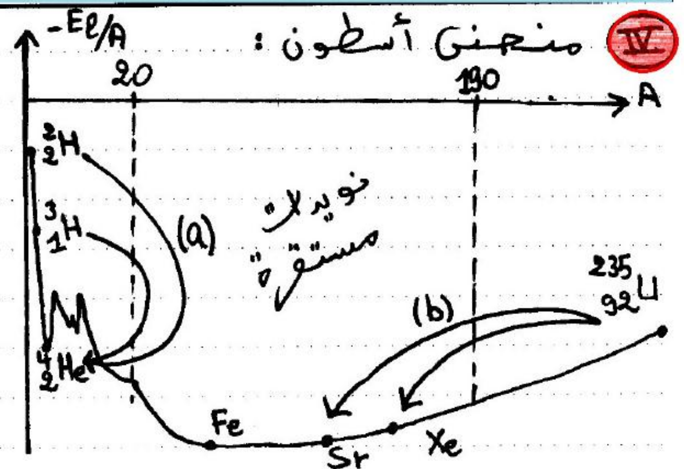


$$\Delta E = [E_\ell(X_1) + E_\ell(X_2)] - [E_\ell(X_3) + E_\ell(X_4)]$$

b - بدلالة الكتلة m :

$$\Delta E = [[m(X_3) + m(X_4)] - [m(X_1) + m(X_2)]] \cdot c^2$$

IV منحنى أسطون :



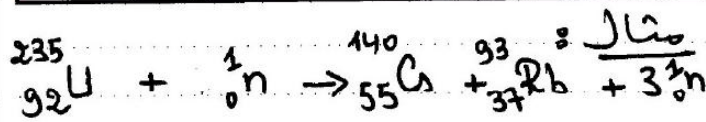
(a) تفاعل اندماج

(b) تفاعل انشطار

V الانشطار والاندماج النوويان.

1 الانشطار النووي : هو تفاعل نووي تنقسم خلاله نواة ثقيلة بعد قذفها بنترون حراري إلى نواتين خفيفتين.

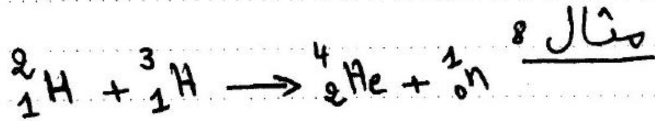
مثال :



$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{140}_{55}Cs + ^{93}_{37}Rb + 3\,^{1}_{0}n$$

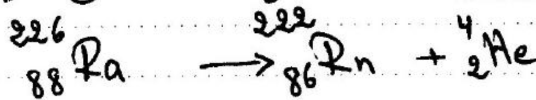
2 الاندماج النووي : هو اندماج نواتين خفيفتين لتتكون نواة أكثر ثقلا.

مثال :



$$^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$$

تطبيق 1 : نعتبر التفاعل التالي



$$^{226}_{88}Ra \rightarrow ^{222}_{86}Rn + ^{4}_{2}He$$

نعطي: $m(Rn) = 221,97024\,u$

$m(Ra) = 225,9770\,u$

$m(^4_2He) = 4,0015\,u$

(1) أحسب طاقة التفاعل؟

لدينا $\Delta E = \Delta m.c^2$

$\Leftarrow \Delta E = \Delta m.c^2$

$\Delta E = (m(Rn) + m(He) - m(Ra)).c^2$

$= (221,9702 + 4,0015 - 225,977) \times 931,5$

$= -4,94\ MeV$

(2) أحسب الطاقة الناتجة أو المحررة لنواة واحدة

$E = |\Delta E| = 4,94\ MeV$

(3) أحسب الطاقة المحررة لعينة كتلتها m.

$E_T = N\,E$

$E_T = \frac{m.N_A}{M} \times E$

(4) أحسب الطاقة المحررة لـ 1mol

$E_T = N\,E = N_A \times E$

- $N_0 = N + N'$ (N_0 : البدئية ، N' : المتفتتة ، N : المتبقي)
- $E_\ell = \Delta m.c^2$
- $\xi = \frac{E_\ell}{A}$
- $E_T = N\,E$
- $\Delta E = \Sigma E_\ell - \Sigma E_\ell$ (متفاعلات ، نواتج)
- $\Delta E = (\Sigma m - \Sigma m).c^2$ (نواتج ، متفاعلات)

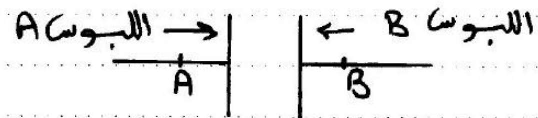
- $n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$
- $N = \frac{m}{m(X)}$
- $m(X) = \frac{M}{N_A}$
- $N = N_0 . e^{-\lambda t}$
- $a = a_0 . e^{-\lambda t}$
- $a = \lambda N$
- $\lambda = \frac{1}{\tau}$
- $t_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda}$
- $t_{1/2} = \tau . Ln2$

النقص الكتلي

$\Delta m = Z.m_p + (A-Z).m_n - m(^A_ZX)$

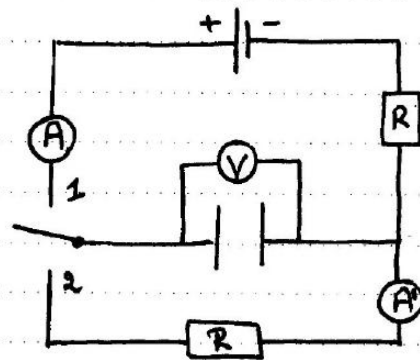
I شحن المكثف وتفريغه.

1 تعريف : المكثف عبارة عن صفيحتين فلزيتين متوازيتين يفصل بينهما عازل أستقطابي.



عازل أستقطابي.

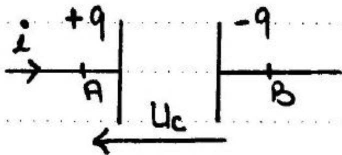
2 شحن المكثف وتفريغه



• نؤرجح قاطع التيار في الموضع ① فنلاحظ أن أبرة الأمبيرمتر تنحرف لتأخذ قيمة قصوية في حين أن أبرة الفولطمتر تنحرف تدريجيا لتأخذ قيمة قصوية، فينعدم التيار. فنقول أن المكثف تم شحنه وتسمى الظاهرة: ظاهرة الشحن.

• نؤرجح قاطع التيار في الموضع ② فنلاحظ أنحراف أبرة الأمبيرمتر في منحى معاكس لتأخذ قيمة قصوية ثم تتناقص لينعدم التيار، في حين أن إبرة الفولطمتر تنحرف تدريجيا إلى أن ينعدم التوتر فنقول أن المكثف تم تفريغه.

II شدة التيار والتوتر:



$q_A = +q$: شحنة اللبوس A.

$q_B = -q$: شحنة اللبوس B.

$$U_c = \frac{q}{C}$$

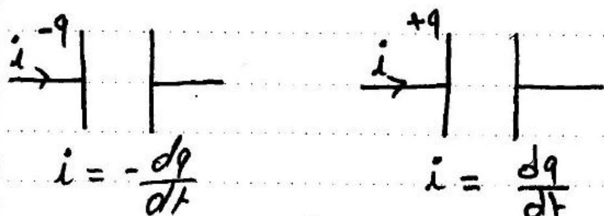
q : شحنة المكثف (C)

C : سعة المكثف (F)

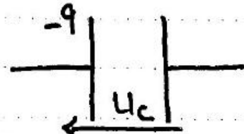
U_c : التوتر بين مربطي المكثف (V)

* إذا كان التيار مستمر : $I = \frac{q}{t}$

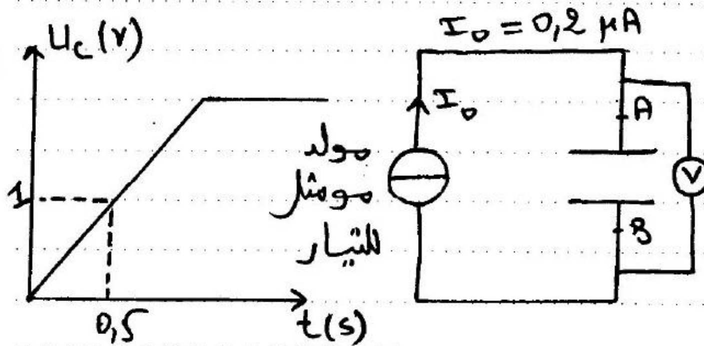
* إذا كان التيار متغير : $i = \frac{dq}{dt}$



$$U_c = -\frac{q}{C}$$



III شحن المكثف بواسطة مولد مؤمثل للتيار ($I = cte$):



1 حدد اللبوس الموجب واللبوس السالب معللا جوابك.

بما أن منحى التيار يتجه نحو اللبوس A فإن منحى أنتقال الإلكترونات نحو اللبوس B، فتتجمع على الصفيحة B.

إذن اللبوس B سالب واللبوس A موجب

② هل المكثف مشحون عند $t=0$ أم لا؟

عند $t=0$ ، مبيانيا $U_c=0$ ونعلم أن $U_c=\frac{q}{c}$
إذن $q=0$ وبالتالي المكثف غير مشحون.
عند $t=0$.

③ أوجد تعبير U_c بدلالة I_0 ، c و t.

$U_c=\frac{q}{c}$ ، بما أن التيار مستمر $q=I_0.t$

$$(I)\quad U_c=\frac{I_0\times t}{c}$$

④ أكتب تعبير U_c بدلالة الزمن.
المنحنى $U_c=f(t)$ عبارة عن دالة خطية

$$U_c=a\,t \Leftarrow a=\frac{\Delta U_c}{\Delta t}=\frac{1-0}{0{,}5-0}$$

$$a=2\,V/s$$

وبالتالي :
$$(II)\quad U_c=2t$$

⑤ أستنتج C سعة المكثف.

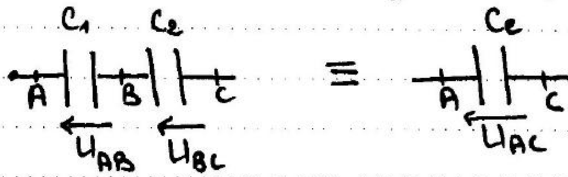
من (I) و (II) نستنتج أن :

$$2t=\frac{I_0.t}{c}$$

$$\Rightarrow C=\frac{I_0}{2}=\frac{0{,}2.10^{-6}}{2}=10^{-7}F$$

IV تجميع المكثفات على التوالي وعلى التوازي

① على التوالي :



$$U_{AC}=U_{AB}+U_{BC}$$

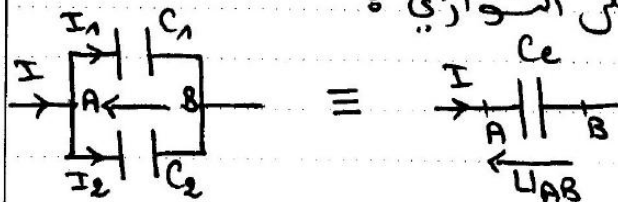
$$\frac{q}{C_e}=\frac{q}{C_1}+\frac{q}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_e}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

* تعميم :
$$\frac{1}{C_e}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots\cdots+\frac{1}{C_n}$$

* الفائدة : + الحصول على مكثف ذو سعة صغيرة
+ تطبيق توتر جد مرتفع قد لا يتحمله كل مكثف على حدة.

② على التوازي :



$$I=I_1+I_2$$

$$\frac{q}{t}=\frac{q_1}{t}+\frac{q_2}{t}$$

$$q=q_1+q_2$$

$$C_e\cdot U_{AB}=C_1\cdot U_{AB}+C_2\cdot U_{AB}$$

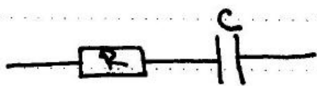
$$\Leftarrow \quad C_e=C_1+C_2$$

* تعميم : $C_e=C_1+C_2+\cdots\cdots+C_n$

* الفائدة : + تضخيم سعة المكثف
+ تطبيق توتر جد منخفض
الحصول على شحنة قصوية قد لا يوفرها كل مكثف على حدة.

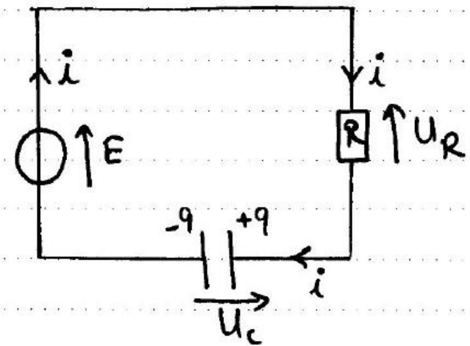
V ثنائي القطب RC :

يتكون ثنائي قطب RC من مكثف سعته C مركب على التوالي مع موصل أومي مقاومته R.



A - الشحن : استجابة RC لرتبة توتر صاعدة.

① مثل التوترات ، أصطلاح مستقبل :



② أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c.

$$E = u_R + u_c$$
$$= Ri + u_c$$
$$= R\frac{dq}{dt} + u_c$$
$$= R\frac{d(C.u_c)}{dt} + u_c$$
$$E = RC\frac{du_c}{dt} + u_c$$

③ يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$u_c = A.e^{-\alpha t} + \beta$$

حدد الثوابت α , β و A بدلالة برامترات الدارة.

لدينا : $\frac{du_c}{dt} = -\alpha.A.e^{-\alpha t}$

• نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$E = RC(-\alpha.A.e^{-\alpha t}) + A.e^{-\alpha t} + \beta$$
$$\Rightarrow 0 = A.e^{-\alpha t}(1 - RC.\alpha) + (\beta - E)$$

u_c يحقق المعادلة التفاضلية كيفما كان t، إذا :

$$\begin{cases} \beta - E = 0 \\ 1 - RC.\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = E \\ \alpha = \frac{1}{RC} \end{cases}$$

• تحديد A بالشروط البدئية :

$$u_c(t=0) = A.e^{0} + \beta = 0$$
$$\Rightarrow A + \beta = 0 \Rightarrow A = -\beta$$
$$\Rightarrow A = -E$$

ومنه $u_c = -E e^{-\frac{t}{RC}} + E$

$$u_c = E(1 - e^{t/RC})$$

④ يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$u_c = A(1 - e^{-t/\tau})$$

أوجد تعبير A و τ بدلالة برامترات الدارة.

لدينا $u_c = A(1 - e^{-t/\tau})$

$$\Rightarrow u_c = A - A.e^{t/\tau}$$

$$\frac{du_c}{dt} = \frac{A}{\tau}.e^{-t/\tau}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$E = RC.\frac{A}{\tau}.e^{-t/\tau} + A - Ae^{-t/\tau}$$
$$0 = A.e^{-t/\tau}\left(\frac{RC}{\tau} - 1\right) + (A - E)$$

$$\begin{cases} \frac{RC}{\tau} - 1 = 0 \\ A - E = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} RC = \tau \\ A = E \end{cases}$$

ومنه $u_c = E(1 - e^{-t/RC})$

⑤ يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$u_c = E(1 - e^{-t/\tau})$$

تحقق أن u_c حل للمعادلة التفاضلية

لدينا $u_c = E(1 - e^{-t/\tau})$

$= E - E e^{-t/\tau}$

$$\frac{du_c}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-t/\tau}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$E = RC\cdot\frac{du_c}{dt} + u_c$$

$$= RC\cdot\frac{E}{\tau}\cdot e^{-t/\tau} + E - Ee^{-t/\tau}$$

$$E = E\cdot e^{-t/\tau} + E - E\cdot e^{-t/\tau}$$

$$E = E$$

إذن u_c حل للمعادلة التفاضلية .

6) لدينا $u_c = E(1-e^{-t/\tau})$
أوجد تعبير $q(t)$ و $i(t)$ و $u_R(t)$

$$u_c = E(1-e^{-t/\tau})$$

* $u_c = \frac{q}{C} \Rightarrow q = C u_c$.

$$q = CE(1-e^{-t/\tau})$$

* $i(t) = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_c}{dt}$

$= C\frac{d}{dt}E(1-e^{-t/\tau})$

$= C\frac{E}{\tau}\cdot e^{-t/\tau}$

$i(t) = \frac{CE}{RC}\cdot e^{-t/\tau}$ ⇐ $\tau = RC$ و

$$i(t) = \frac{E}{R}\cdot e^{-t/\tau}$$

* $u_R(t) = R.i = R\frac{E}{R}\cdot e^{-t/\tau}$

$$u_R(t) = E\cdot e^{-t/\tau}$$

7) بين أن τ لها بعد زمني ؟

$$\tau = RC$$

$$[\tau] = [R]\cdot[C]$$

* $u_R = Ri$

$[U_R] = [R]\cdot[I]$

$[R] = \frac{[U_R]}{[I]}$

* $i = C\frac{du_c}{dt}$

$[I] = [C]\cdot\frac{[U_C]}{[T]}$

$[C] = \frac{[I][T]}{[U_C]}$

$$[\tau] = \frac{[U_R]}{[I]}\cdot\frac{[I]\cdot[T]}{[U_C]} = [T]$$

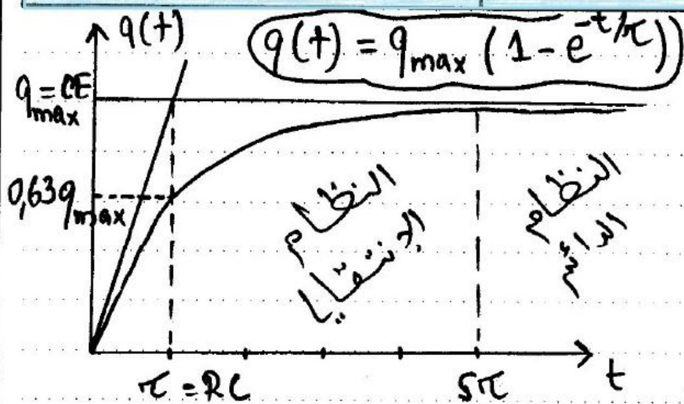
إذن τ لها بعد زمني .

8) مثل هيأة المنحنى $q(t), u_c(t)$ و $i(t)$ و $u_R(t)$.

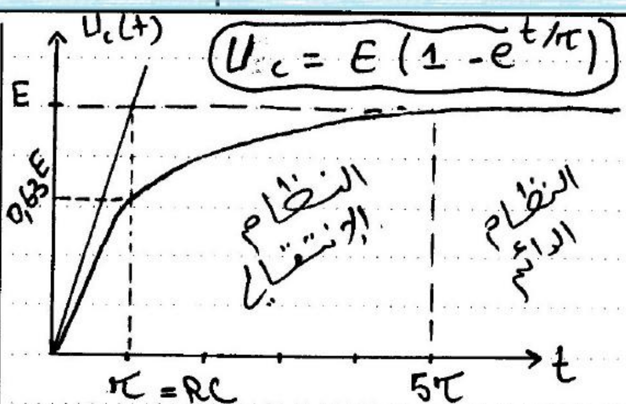
$$u_c = E(1-e^{-t/\tau})$$

* المنحنى $u_c = f(t)$:
* $u_c(t=0) = E(1-e^{0}) = 0$
* $u_c(t=\tau) = E(1-e^{-1}) = 0,63\,E$
* $u_c(t=5\tau) = E(1-e^{-5}) = 0,99\,E \simeq E$
* $\lim_{t\to+\infty} u_c(t) = \lim_{t\to+\infty} E - Ee^{-t/\tau} = E$
* τ : تسمى ثابتة الزمن وتمثل المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثف بنسبة 63% .
* بالتقريب, المدة اللازمة لشحن المكثف كليا هي : $\Delta t = 5\tau$

$$q(t) = q_{max}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



$$U_c = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

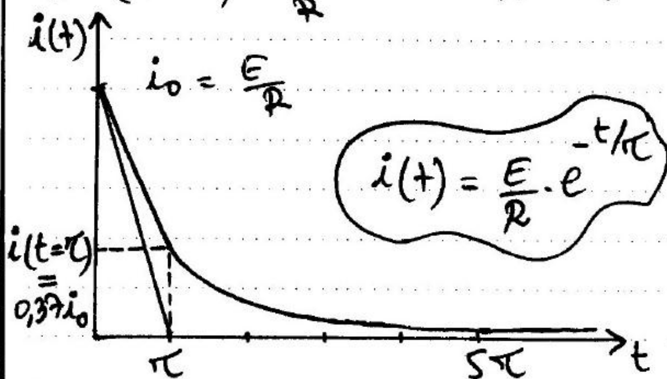


* المنحنى $q = f(t)$:

* $q(t=0) = 0$
* $q(t=\tau) = 0,63\, q_{max}$
* $q_{max} = CE$
* $q(t=5\tau) = 0,99\, q_{max} \simeq q_{max}$
* $\lim_{t \to +\infty} q(t) = q_{max}$

* المنحنى $i = f(t)$:

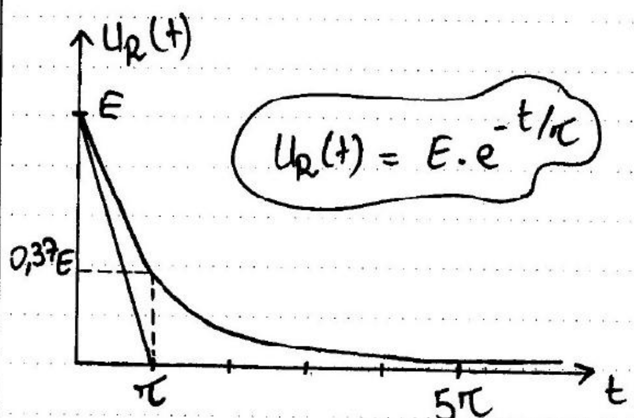
* $i(t=0) = \frac{E}{R}$
* $i(t=\tau) = \frac{E}{R} \cdot e^{-1} = 0,37\, i_0$



$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-t/\tau}$$

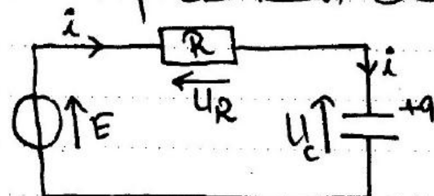
* المنحنى $U_R = f(t)$:

* $U_R(t=0) = E.e^{0} = E$
* $U_R(t=\tau) = E e^{-1} = 0,37\, E$



$$U_R(t) = E \cdot e^{-t/\tau}$$

(9) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q ؟



حسب قانون إضافية التوترات :

$$E = U_R + U_c$$
$$= Ri + U_c$$
$$E = R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$
$$EC = RC \cdot \frac{dq}{dt} + q$$
$$q + RC\frac{dq}{dt} = EC$$

(10) حدد قيمة q في النظام الدائم؟

في النظام الدائم تصبح $U_c = cste$
وبالتالي $q = cste$.

$$\frac{dq}{dt} = 0$$

انطلاقا من المعادلة التفاضلية

$$q_{max} + RC \times 0 = EC$$

$$q_{max} = CE$$

(11) أوجد تعبير $\frac{dq}{dt}$ بدلالة E و R عند $t=0$.

$$EC = RC \cdot \frac{dq}{dt} + q$$

عند $t=0 \Leftarrow q=0$

ومنه :

$$E.C = RC \left.\frac{dq}{dt}\right)_{t=0} + 0$$

$$\left.\frac{dq}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{R}$$

(12) أوجد تعبير $\left.\frac{du_c}{dt}\right)_{t=0}$ بدلالة E, R, C ثم بدلالة E و τ.

$$u_c + RC\frac{du_c}{dt} = E$$

عند $t=0$ لدينا $u_c=0$

$$0 + RC \cdot \left.\frac{du_c}{dt}\right)_{t=0} = E$$

$$\left.\frac{du_c}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{RC} = \frac{E}{\tau}$$

(13) حدد قيمة u_c في النظام الدائم.

في النظام الدائم $u_c = cste$

$$\frac{du_c}{dt} = 0$$

$$u_{c(max)} = E$$

(14) يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $q(t) = Ae^{-t/\tau} + \beta$ حدد A ، β و τ بدلالة برامترات الدارة.

لدينا : $\quad$ (I) $\quad \frac{dq}{dt} = -\frac{A}{\tau} \cdot e^{-t/\tau}$

و $\quad$ (II) $\quad q + RC\frac{dq}{dt} = EC$

إذن نعوض في المعادلة التفاضلية

$$RC\left(-\frac{A}{\tau} \cdot e^{-t/\tau}\right) + A.e^{-t/\tau} + \beta = EC$$

$$A.e^{-t/\tau}\left(1 - \frac{RC}{\tau}\right) + (\beta - EC) = 0$$

$$\begin{cases} \beta - EC = 0 \\ 1 - \frac{RC}{\tau} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = EC = q_{max} \\ \tau = RC \end{cases}$$

تحديد A حسب الشروط البدئية :

$$q(t=0) = Ae^{0} + \beta = 0$$

$$\beta = -A = +q_{max}$$

$$A = -q_{max}$$

ومنه يصبح الحل على الشكل :

$$q(t) = -q_{max} \cdot e^{-t/RC} + q_{max}$$

$$q(t) = q_{max}\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

(15) حدد قيمة شدة التيار عند $t=0$.

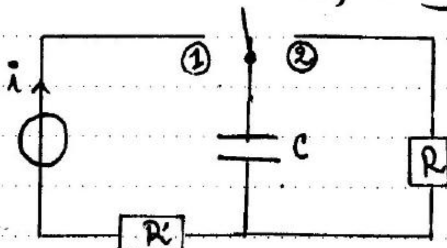
$$E = u_c + u_R$$

$$E = u_c + Ri$$

عند $t=0 \Leftarrow u_c = 0$

$$\Rightarrow E = R.i_0 \Rightarrow i_0 = \frac{E}{R}$$

B - التفريغ : استجابة RC لرتبة توتر نازلة.

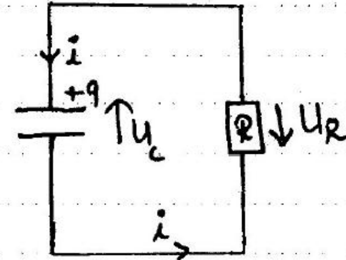


نضع قاطع التيار في الموضع (1) مدة كافية ثم نؤرجحه عند $t=0$ إلى الموضع (2).

① ما الفائدة من وضع قاطع التيار في الموضع (1) لمدة كافية.

الفائدة هي شحن المكثف كليا.

② مثل التوترات أصطلاح مستقبل.



③ أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها u_C.

$$u_R + u_C = 0$$
$$Ri + u_C = 0$$
$$R.\frac{dq}{dt} + u_C = 0$$
$$RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

④ يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي:

$$u_C = A.e^{-mt} + \beta$$

حدد m ، β و A بدلالة برامترات الدارة.

$$\frac{du_C}{dt} = -A.m.e^{-mt}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية

$$RC(-Am.e^{-mt}) + A.e^{-mt} + \beta = 0$$

$$Ae^{-mt}(1 - RC.m) + \beta = 0$$

$$\begin{cases} \beta = 0 \\ 1 - RC.m = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 0 \\ m = \frac{1}{RC} \end{cases}$$

مع $\tau = RC \Leftarrow m = \frac{1}{\tau}$

تحديد A بالشروط البدئية.

$$u_C(t=0) = Ae^0 + \beta_{=0}$$

$$u_C(t=0) = A = u_{C(max)} = E$$

إذن:

$$u_C(t) = E.e^{-t/\tau}$$

⑤ يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي.

$$u_C = E.e^{-t/\tau}$$

تحقق أن u_C حل للمعادلة التفاضلية

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{E}{\tau}.e^{-t/\tau}$$

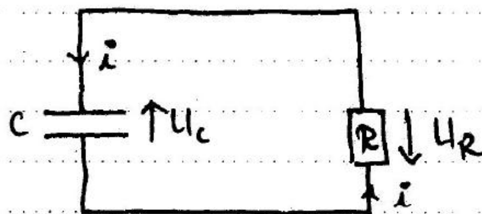
نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$RC\left(\frac{-E}{\tau}.e^{-t/\tau}\right) + E.e^{-t/\tau} = 0$$

$$-E.e^{-t/\tau} + E.e^{-t/\tau} = 0$$

$$0 = 0$$

⑥ أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q.



$$u_R + u_C = 0$$

$$Ri + \frac{q}{C} = 0$$

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$RC.\frac{dq}{dt} + q = 0$$

⑦ يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي:

$$q(t) = A.e^{-t/\tau} + \beta$$

حدد β ، τ ، A بدلالة برامترات الدارة.

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$A.e^{-t/\tau} + \beta + RC\left(-\frac{A}{\tau}.e^{-t/\tau}\right) = 0$$

$$\beta + A.e^{-t/\tau}\left(1 - \frac{RC}{\tau}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \beta = 0 \\ 1 - \frac{RC}{\tau} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 0 \\ 1 = \frac{RC}{\tau} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \beta = 0 \\ RC = \tau \end{cases}$$

تحديد A :

$$q(t=0) = A.e^{0} + \beta_{=0}$$

$$q_{max} = A \Rightarrow A = CE$$

ومنه :

$$q(t) = q_{max}.e^{-t/\tau}$$

⑧ أوجد تعبير $i(t)$ و $u_R(t)$.

* $i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(q_{max}.e^{-t/\tau})$

$$i(t) = \frac{-q_{max}}{\tau}.e^{-t/\tau}$$

$$= -\frac{CE}{RC}.e^{-t/\tau}$$

$$i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-t/\tau}$$

* $u_R(t) = R\,i = R\left(-\frac{E}{R} e^{-t/\tau}\right)$

$$u_R(t) = -E.e^{-t/\tau}$$

⑨ حدد شدة التيار عند $t=0$

$$u_c + u_R = 0$$

عند $t=0$: $u_c = E$

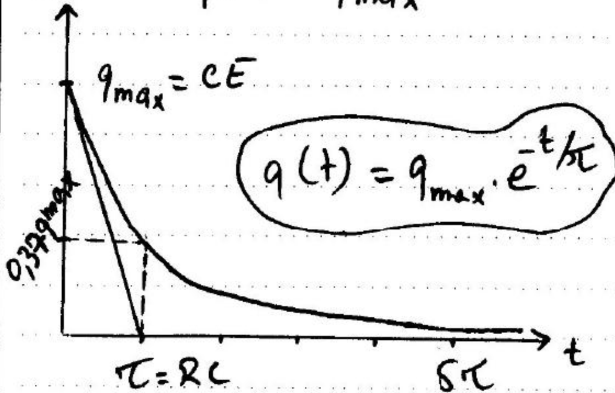
$$E + R.i_0 = 0$$

$$i_0 = -\frac{E}{R}$$

$i_0 < 0$ إذن منحى التيار عكس منحى التوجيه في الدارة .

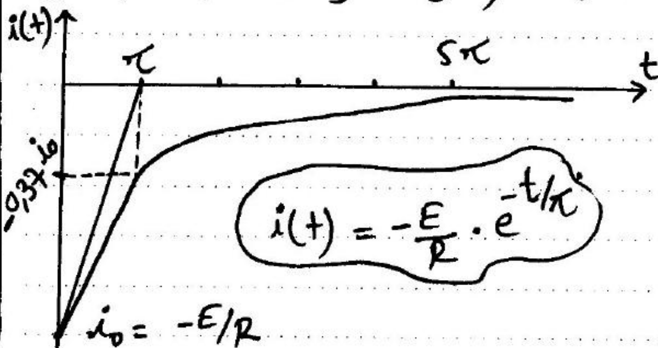
⑩ مثل $u_c(t)$ و $q(t)$ و $i(t)$ و $u_R(t)$

* $q(t) = q_{max}.e^{-t/\tau}$



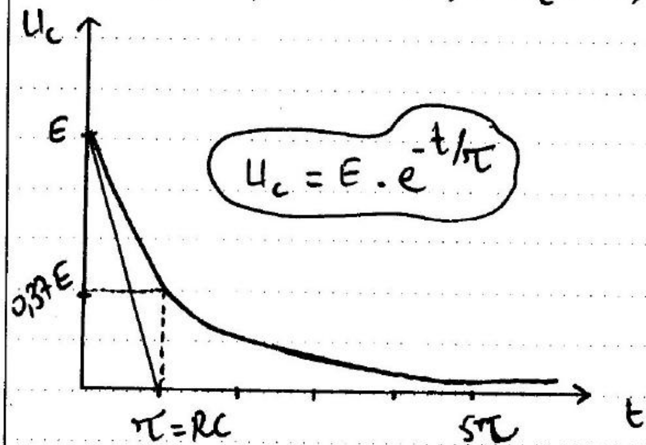
* $i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-t/\tau}$

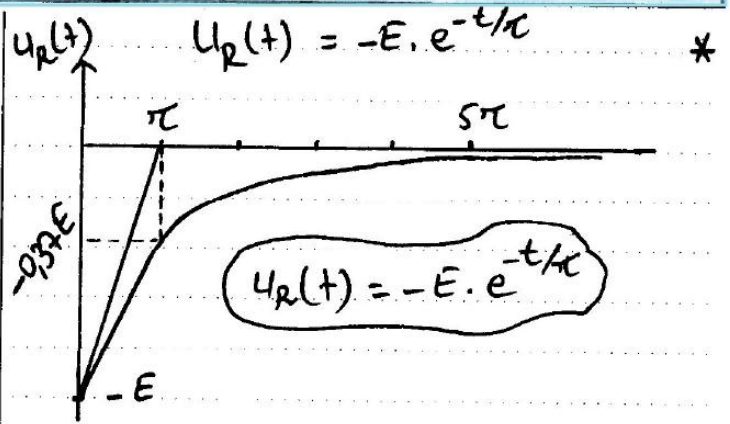
$i(t=0) = i_0 = -\frac{E}{R}$; $i(t=\tau) = -0,37\, i_0$



* $u_c = E.e^{-t/\tau}$

$u_c(t=0) = E$; $u_c(t=\tau) = 0,37E$





VI _ طاقة المكثف :

نعطي $\mathcal{P} = \frac{dE_e}{dt}$

أثبت أن $E_e = \frac{1}{2} C u_c^2$ ؟

لدينا $\mathcal{P} = u_c \cdot i = u_c \cdot \frac{dq}{dt}$

$$\mathcal{P} = u_c \cdot C \frac{du_c}{dt}$$

$$\mathcal{P} = C \cdot u_c \cdot \frac{du_c}{dt}$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} C \times 2 u_c \frac{du_c}{dt}$$

$$= \frac{1}{2} C \frac{du_c^2}{dt}$$

$$\mathcal{P} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} \cdot C u_c^2\right)$$

$$= \frac{dE_e}{dt}$$

مع : $E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_c^2$

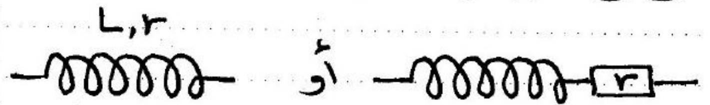
E_e : الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف.

$$E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_c^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

I الوشيعة :

الوشيعة ثنائي قطب يتكون من سلك موصل ملفوف بشكل حلزوني حول أسطوانة عازلة.

نرمز للوشيعة ب :



II التوتر بين مربطي الوشيعة :

* اصطلاح مستقبل :

L,r — i — U_L

$$U_L = ri + L\frac{di}{dt}$$

* اصطلاح مولد :

L,r — i — U_L

$$U_L = -ri - L\frac{di}{dt}$$

إذا كان النظام دائم :

$$i = I_{max} = I_0 = cste$$

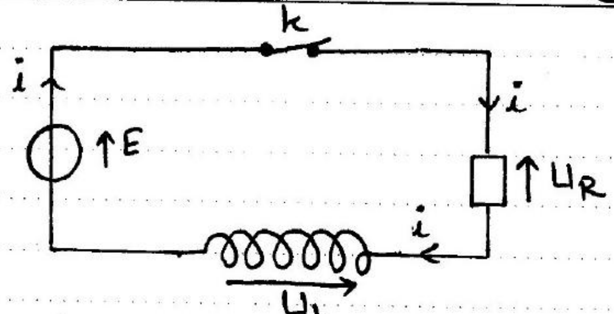
$$\frac{di}{dt} = 0$$

وعندها يكون $U_L = ri$ أو $U_L = -ri$ وتتصرف الوشيعة في هذه الحالة كموصل أومي.

III استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر صاعدة (إقامة التيار).

* ثنائي القطب RL هو تجميع موصل أومي ووشيعة مقاومتها r ومعامل تحريضها L.

① أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التيار i.



حسب قانون إضافية التوترات :

$$E = U_R + U_L$$
$$= Ri + ri + L\frac{di}{dt}$$

$$E = i(R+r) + L\frac{di}{dt}$$

$$\frac{E}{R+r} = i + \frac{L}{R+r}\cdot\frac{di}{dt}$$

أو

$$\frac{E}{L} = \frac{R+r}{L}\cdot i + \frac{di}{dt}$$

② حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل : $i(t) = A.e^{-\alpha t} + \beta$

حدد α، β و A بدلالة برامترات الدارة ؟.

* $\frac{di}{dt} = \frac{d(A.e^{-\alpha t} + \beta)}{dt}$

$$= -A\alpha.e^{-\alpha t}$$

نعوض :

* $\frac{E}{R+r} = (A.e^{-\alpha t} + \beta) + \frac{L}{R+r}(-A\alpha.e^{-\alpha t})$

$$0 = A.e^{-\alpha t}\left(1 - \frac{L\alpha}{R+r}\right) + \left(\beta - \frac{E}{R+r}\right)$$

* $A.e^{-\alpha t} \neq 0$: دائما

$$\begin{cases} 1 - \frac{L\alpha}{R+r} = 0 \\ \beta - \frac{E}{R+r} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = \frac{L\alpha}{R+r} \\ \beta = \frac{E}{R+r} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{R+r}{L} = \frac{1}{\tau} \\ \beta = \frac{E}{R+r} = I_{max} \end{cases}$$

مع : $\tau = \frac{L}{R+r}$

* تحديد A بالشروط البدئية :

$$i(t=0) = Ae^{0} + \beta$$
$$0 = A + \beta$$
$$A = -\beta = -I_{max}$$

ومنه :

$$i(t) = -I_{max}.e^{-t/\tau} + I_{max}$$
$$i(t) = I_{max}(1 - e^{-t/\tau})$$

③

$$i(t) = A(1 - e^{-t/\tau})$$

أوجد تعبير A و τ بدلالة برمترات الدارة ؟

* $$\lim_{t\to+\infty} i(t) = \lim_{t\to+\infty} A(1 - e^{-t/\tau}) = A$$

ونعلم أنه عندما يؤول t إلى $+\infty$ فإن $i(t)$ تأخذ قيمة قصوية I_{max}

إذن $A = I_{max}$

$$A = \frac{E}{R+r} = I_{max}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

لدينا : $i(t) = \frac{E}{R+r}(1 - e^{-t/\tau})$

$$= \frac{E}{R+r} - \frac{E}{R+r}.e^{-t/\tau}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{E}{R+r} = i + \frac{L}{R+r}\frac{di}{dt}$$

نجد :

$$\frac{E}{R+r} = \frac{E}{R+r} - \frac{E}{R+r}.e^{-t/\tau} + \frac{L}{R+r}\frac{d}{dt}\left(\frac{E}{R+r} - \frac{E}{R+r}.e^{-t/\tau}\right)$$
$$0 = -\frac{E}{R+r}.e^{-t/\tau} + \frac{L}{R+r}\left(\frac{E}{(R+r).\tau}.e^{-t/\tau}\right)$$
$$0 = \frac{E}{R+r}e^{-t/\tau}\left(-1 + \frac{L}{(R+r)\tau}\right)$$

لدينا : $\frac{E}{R+r}.e^{-t/\tau} \neq 0$

ومنه : $-1 + \frac{L}{(R+r)\tau} = 0$

$$1 = \frac{L}{(R+r).\tau} \Rightarrow \tau = \frac{L}{R+r}$$

④ أوجد تعبير I_{max} شدة التيار في النظام الدائم ؟

في النظام الدائم : $i = I_{max} = cte$

$$\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{E}{R+r} = I_{max} + \frac{L}{R+r}\times 0$$
$$I_{max} = \frac{E}{R+r}$$

⑤ أوجد تعبير $\frac{di}{dt}\Big)_{t=0}$ بدلالة E و L

<= عند $t=0$; $i=0$

$$\frac{E}{R+r} = \underset{0}{i} + \frac{L}{R+r}.\frac{di}{dt}$$
$$\frac{E}{R+r} = \frac{L}{R+r}\frac{di}{dt}$$
$$\frac{E}{L} = \frac{di}{dt}\Big)_{t=0}$$

تمثل $\frac{di}{dt}\Big)_{t=0}$ دائما المعامل الموجه للمماس عند $t=0$.

⑥ أوجد تعبير $U_R(t)$ و $U_L(t)$ ؟

* $U_R(t) = Ri = RI_{max}(1 - e^{-t/\tau})$

$$U_R(t) = U_{R(max)}.(1 - e^{-t/\tau})$$

مع : $U_{R(max)} = R.I_{max} = \frac{RE}{R+r}$

و $\tau = \frac{L}{R+r}$

$$* \quad u_L(t) = r.i + L\frac{di}{dt}$$

$$u_L(t) = r.I_{max}(1-e^{-t/\tau}) + L\frac{d}{dt}\left[I_{max}(1-e^{-t/\tau})\right]$$

$$u_L(t) = r.I_{max} - rI_{max}.e^{-t/\tau} + \frac{L.I_{max}}{\tau}.e^{-t/\tau}$$

$$= r.I_{max} + I_{max}.e^{-t/\tau}\left(\frac{L}{\tau} - r\right)$$

$$= r.I_{max} + I_{max}.e^{-t/\tau}.\left(\frac{L}{\frac{L}{R+r}} - r\right)$$

$$= r.I_{max} + I_{max}.e^{-t/\tau}(R+r-r)$$

$$= r.I_{max} + RI_{max}.e^{-t/\tau}$$

$$\boxed{u_L(t) = I_{max}(r + R.e^{-t/\tau})}$$

عندما يؤول t إلى $+\infty$ لدينا :

$$\underset{\to (max)}{u_L(t)} = r.I_{max} = \frac{r.E}{R+r}$$

$$\boxed{u_\ell = \frac{r.E}{R+r}}$$

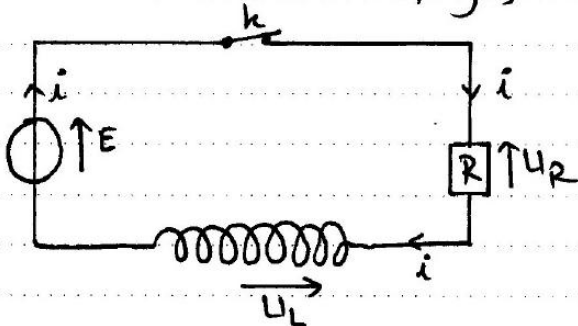
تعبير $u_L(t)$ إذا كانت المقاومة مهملة

$$u_L(t) = I_{max}(0 + R.e^{-t/\tau})$$

$$= \frac{E}{R}.R.e^{-t/\tau} = E.e^{-t/\tau}$$

مع $\tau = \frac{L}{R}$.

⑦ أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_R .



$$E = u_R + u_L$$

$$= Ri + ri + L\frac{di}{dt}$$

$$E = i(R+r) + L\frac{di}{dt}$$

$$\frac{E}{R+r} = i + \frac{L}{R+r}.\frac{di}{dt}$$

$$\frac{RE}{R+r} = Ri + \frac{L}{R+r}.\frac{d}{dt}(Ri)$$

$$\boxed{\frac{R.E}{R+r} = u_R + \frac{L}{R+r}.\frac{d}{dt}u_R}$$

⑧ يكتب حل المعادلة التفاضلية التي يحققها u_R على الشكل التالي :

$$u_R(t) = A.e^{-t/\tau} + \beta$$

أوجد تعبير β ، τ و A بدلالة برامترات الدارة ؟

لدينا :

$$\frac{RE}{R+r} = A.e^{-t/\tau} + \beta + \frac{L}{R+r}.\frac{d}{dt}(A.e^{-t/\tau} + \beta)$$

$$\frac{RE}{R+r} = A.e^{-t/\tau} + \beta + \frac{L}{R+r}\left(-\frac{A}{\tau}.e^{-t/\tau}\right)$$

$$0 = A.e^{-t/\tau}\left(1 - \frac{L}{(R+r)\tau}\right) + \left(\beta - \frac{RE}{R+r}\right)$$

$$* \quad A.e^{-t/\tau} \neq 0$$

$$\begin{cases} \beta - \frac{RE}{R+r} = 0 \\ 1 - \frac{L}{(R+r)\tau} = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} \beta = \frac{R.E}{R+r} \\ \tau = \frac{L}{R+r} \end{cases}}$$

تحديد A بالشروط البدئية :

$$u_R(t=0) = A.e^0 + \beta$$

$$0 = A + \beta$$

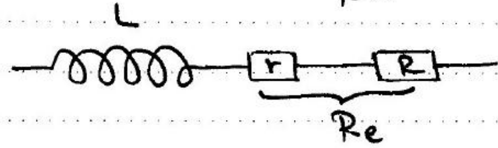
$$\boxed{A = -\beta = -u_{R(max)}}$$

$$u_R(t) = u_{R(max)}.(1 - e^{-t/\tau})$$

مع : $u_{R(max)} = R.I_{max} = \frac{RE}{R+r}$

⑨ بين أن τ لها بعد زمني :

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$



$$[\tau] = \frac{[L]}{[R_e]}$$

* $U_{Re} = R_e \cdot i$

$$[U_{Re}] = [R_e][I]$$

$$[R_e] = \frac{[U_{Re}]}{[I]}$$

* $U_L = L \cdot \frac{di}{dt}$

$$[U_L] = \frac{[L]\cdot[I]}{[T]}$$

$$[L] = \frac{[U_L][T]}{[I]}$$

$$[\tau] = \frac{\frac{[U_L][T]}{[I]}}{\frac{[U_{Re}]}{[I]}} = [T]$$

إذن τ لها بعد زمني وحدتها هي الثانية (s).

⑩ مثل هيأة المنحنى $U_R(t)$، $i(t)$ و $U_L(t)$.

ⓐ * $i(t) = I_{max}(1 - e^{-t/\tau})$

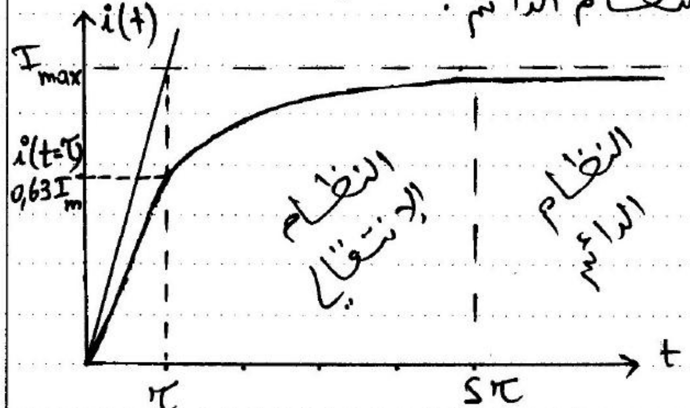
* $i(t=0) = 0$

* $i(t=\tau) = I_{max}(1 - e^{-1})$
$= 0,63 \cdot I_{max}$.

τ : المدة الزمنية اللازمة لتأخذ $i(t)$ 63% من قيمتها القصوية.

* $i(t=5\tau) = I_{max}(1 - e^{-5}) = 0,99\, I_{max}$

$\Delta t = 5\tau$: المدة التقريبية للحصول على النظام الدائم.



* تحديد r انطلاقا من I_{max}.

$$I_{max} = \frac{E}{R+r} \Rightarrow R+r = \frac{E}{I_{max}}$$

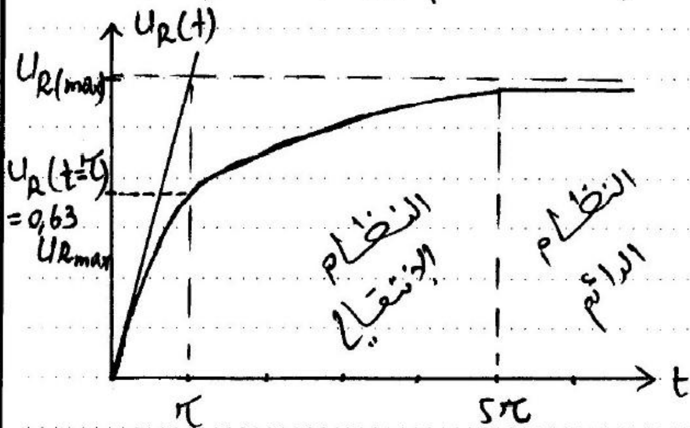
$$r = \frac{E}{I_{max}} - R$$

* تحديد L :

τ أفصول نقطة تقاطع المماس للمنحنى عند $t=0$ والمقارب الأفقي.

$$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau(R+r)$$

ⓑ $U_R(t) = U_{Rmax}(1 - e^{-t/\tau})$



* تحديد R :

$$U_{R(max)} = \frac{RE}{R+r}$$

$$\Rightarrow U_{R(max)}(R+r) = R.E$$

$$R\,U_{R(max)} + r\,U_{R(max)} = R.E$$

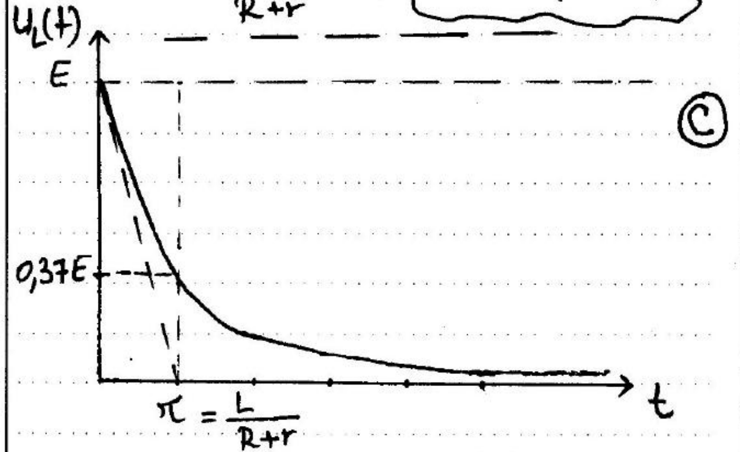
$$R\,U_{R(max)} - RE = -r\,U_{R(max)}$$

$$R(U_{R(max)} - E) = -r U_{R(max)}$$

$$R = \frac{r \cdot U_{R(max)}}{E - U_{R(max)}}$$

* تحديد L :

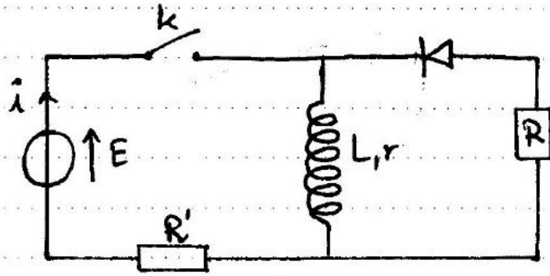
$$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau(R+r)$$



عند $t=\tau$ ⇐ $U_L(t=\tau) = 0,37\,E_{max}$

نتيجة حدوث ظاهرة فوق التوتر بين مربطي الوشيعة.

IV استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر نازلة (انعدام التيار).



نغلق قاطع التيار k ونتركه لمدة طويلة ثم نفتحه عند اللحظة t=0.

① ما هو دور الصمام الثنائي ؟

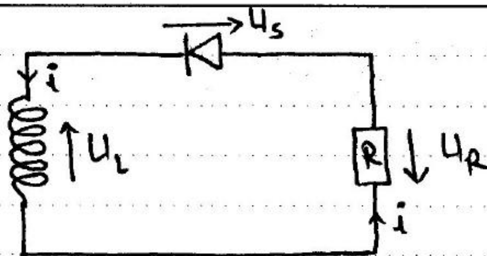
يسمح الصمام الثنائي بمرور التيار في منحى واحد ، وعند فتح قاطع التيار تمر التيار في الوشيعة وفي الموصل الأومي ذي المقاومة R، لتفادي حدوث شرارات على مستوى قاطع التيار

② ما هو دور الوشيعة عند غلق أو فتح قاطع التيار ؟

* دور الوشيعة عند غلق قاطع التيار هو مقاومة إقامة التيار إلى أن نصل إلى النظام الدائم ، فتختزن طاقة مغناطيسية .

* دور الوشيعة عند فتح قاطع التيار هو مقاومة انعدام التيار حيث تتناقص شدة التيار تدريجيا إلى أن ينعدم التيار.

③ أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التيار i ؟



$$u_L + u_R + u_s = 0$$

الصمام مؤمثل :

$$u_s = 0$$

ومنه

$$r.i + L\frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$i(r+R) + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$i + \frac{L}{R+r}\frac{di}{dt} = 0$$

④ يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$i(t) = A \cdot e^{-t/\alpha} + \beta$$

أوجد تعبير كل من β ، α و A بدلالة برامترات الدارة .

* لدينا :

$$\lim_{t \to +\infty} i(t) = \lim_{t \to +\infty} A.e^{-t/\alpha} + \beta = \beta$$

ونعلم أنه عندما يؤول t إلى ما لا نهاية ينعدم التيار .

إذن $\beta = 0$

* $i(t) = A.e^{-t/\alpha}$

نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$A.e^{-t/\alpha} + \frac{L}{R+r}\frac{d}{dt}\left(A.e^{-t/\alpha}\right) = 0$$

$$A.e^{-t/\alpha} + \frac{L}{R+r}\left(-\frac{A}{\alpha}.e^{-t/\alpha}\right) = 0$$

$$A.e^{-t/\alpha}\left(1 - \frac{L}{(R+r)\alpha}\right) = 0$$

نعلم أن $A.e^{-t/\alpha} \neq 0$

إذن : $1 - \frac{L}{(R+r)\alpha} = 0$

$$1 = \frac{L}{(R+r)\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{L}{R+r}$$

* تحديد A بالشروط البدئية :

$$i(t=0) = A.e^0 = A$$

إذن $A = I_{max}$

ومنه يصبح تعبير الحل هو :

$$i(t) = I_{max}.e^{-t/\tau}$$

مع $I_{max} = \frac{E}{R'+r}$ و $\tau = \frac{L}{R+r}$.

(5) أوجد تعبير $U_R(t)$ و $U_L(t)$ ؟

* $U_R(t)$:

$$U_R(t) = R.i(t) = R.I_{max}.e^{-t/\tau}$$

$$U_R(t) = U_{R(max)}.e^{-t/\tau}$$

$$U_R(t) = R.I_{max}.e^{-t/\tau}$$

$$U_R(t) = \frac{RE}{R'+r}.e^{-t/\tau}$$

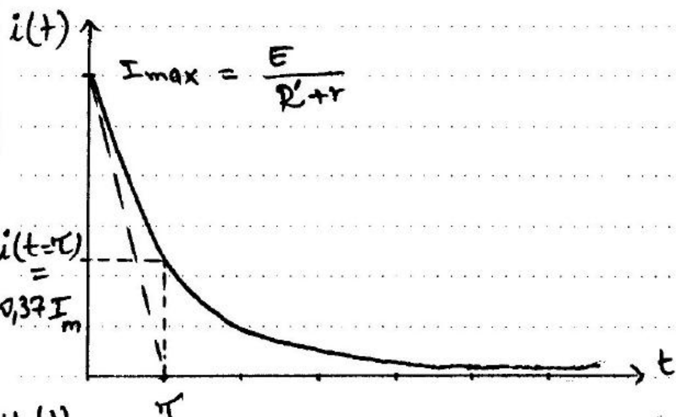
* $U_L(t)$: $U_L(t) + U_R(t) = 0$

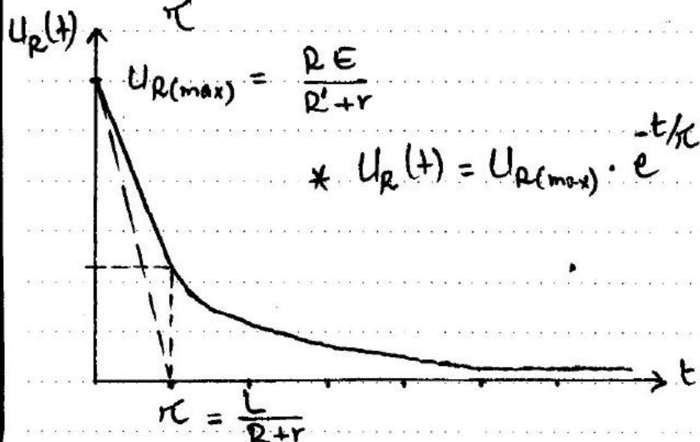
$$U_L(t) = -U_R(t)$$

$$U_L(t) = -\frac{R.E}{R'+r}.e^{-t/\tau}$$

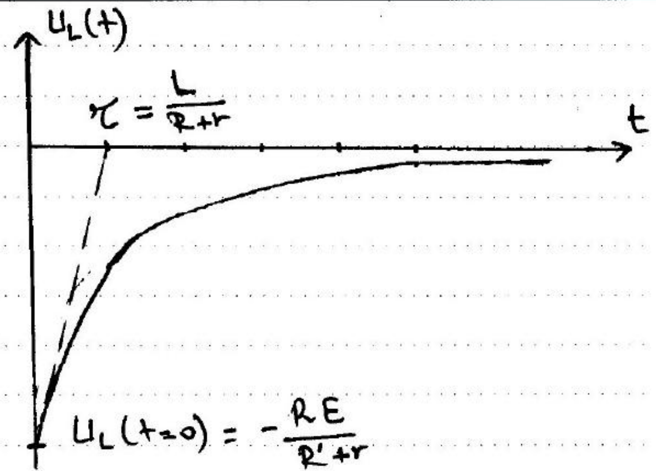
(6) مثل $i(t)$ ، $U_R(t)$ و $U_L(t)$:

* $i(t) = I_{max}.e^{-t/\tau}$





(RL السلسلة 7 ف (ثنائي القطب	2BAC -- علوم تجريبية	السنة الدراسية : .... ذ : العمراني عبد العزيز



⑦ أثبت أن $E_m = \frac{1}{2} L i^2$ ؟

$$P = u_L . i = (ri + L\frac{di}{dt}).i$$

$$P = r.i^2 + L i \frac{di}{dt}$$

$$P = r.i^2 + \frac{1}{2} L.2i \frac{di}{dt}$$

$$= r.i^2 + \frac{1}{2} L \frac{d}{dt} i^2$$

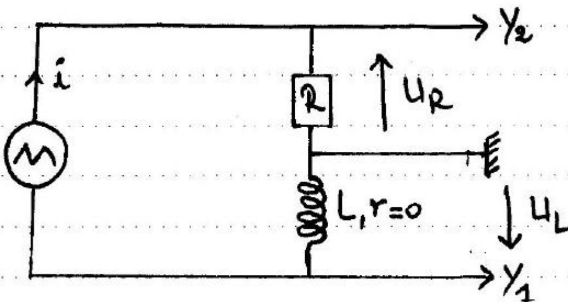
$$P = r.i^2 + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} L i^2\right)$$

$$P = P_{th} + P_m$$

مع $P_m = \frac{d}{dt} E_m$

ومنه : $E_m = \frac{1}{2} L i^2$

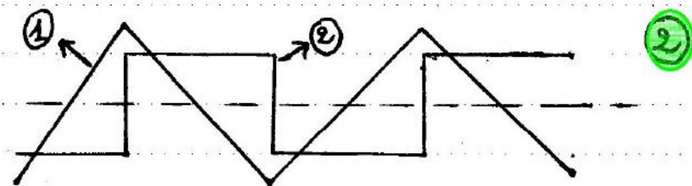
Ⅴ أُستجابة ثنائي القطب RL لتوتر مثلثي.



① ما هو التوتر الذي نعاينه عند المدخل Y_1 وعند المدخل Y_2 ؟

نعاين عند المدخل Y_1 التوتر u_L وعند المدخل Y_2 نعاين التوتر u_R.

②



أي المنحنيين يمثل u_R وأيهما يمثل u_L معللا جوابك ؟

لدينا $u_R = R.i$

والمولد يزود الدارة بتوتر مثلثي، أي بتيار مثلثيا، وبما أن R ثابتة، فإن u_R كذلك مثلثيا. إذن المنحنى (1) يمثل u_R والمنحنى (2) يمثل u_L.

③ أثبت أن : $u_L = -\frac{L}{R} . \frac{du_R}{dt}$

لدينا $u_R = R i$

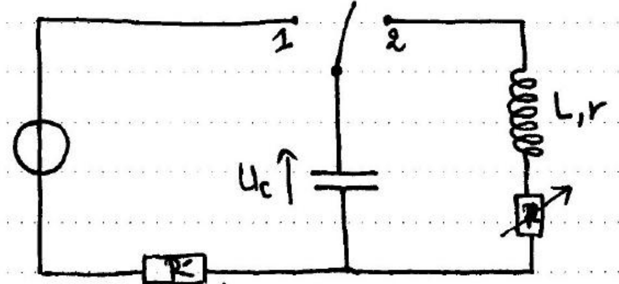
و $u_L = r i - L \frac{di}{dt}$ ($ri = 0$)

$$u_L = -L \frac{di}{dt}$$

$$= -L \frac{d}{dt}\left(\frac{u_R}{R}\right)$$

$$u_L = -\frac{L}{R} . \frac{du_R}{dt}$$

③ الدارة الحقيقية :

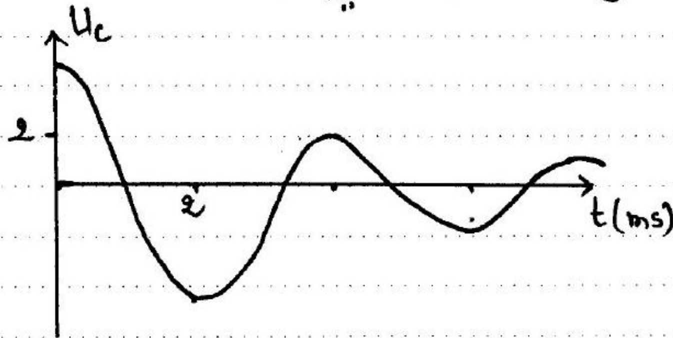


نشحن المكثف بواسطة مولد ذو
التوتر ثابت عادة ، وعند اللحظة $t=0$ نضع
قاطع التيار في الموضع (2)

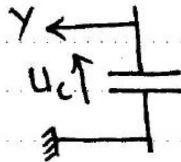
① صف ماذا يحدث عند وضع قاطع
التيار في الموضع (2)

يتم تفريغ المكثف في الوشيعة و
المقاومة R ، فيحدث تبادل الطاقة
بين المكثف والوشيعة . فنحصل على
تذبذبات كهربائية .

② نعاين على شاشة كاشف التذبذب
التوتر u_c بين مربطي المكثف فنحصل
على المنحنى التالي :



a) أعط طريقة ربط كاشف التذبذب
لمعاينة u_c

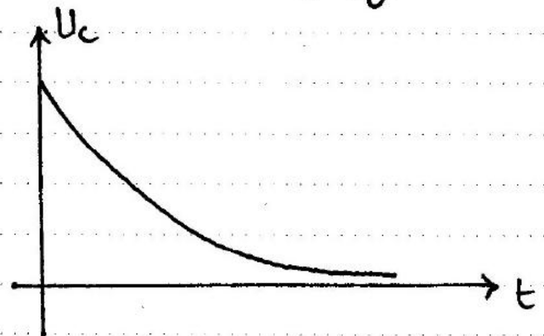


b) ما أسم هذا النظام ؟
نظام شبه دوري لأن الوسع يتناقص
مع مرور الزمن .

c) ما الظاهرة التي تحدث ؟ أعط تفسيرا
لذلك .
ظاهرة الخمود نتيجة ضياع الطاقة
على شكل حرارة في مقاومة الدارة .

d) صف ماذا يحدث عندما تصبح المقاومة
كبيرة جدا .

نحصل على نظام لا دوري ، أي غياب
التذبذبات الكهربائية .



e) حدد قيمة شبه الدور ؟

مبيانيا ، تمثل شبه الدور T ، المدة الزمنية
بين قيمتين متتاليتين قصويتين .
في المثال السابق :

$$T = 4\,ms$$

f) حدد الطاقة المبددة بين $t_0=0$ و $t=T$

لنحسب تغير الطاقة بين t_0 و $t=T$

لدينا $E = E_e + E_m$

$$\Delta E_{t_0 \to t} = \Delta E_{e\,t_0 \to t}$$

$$= E_e(t=T) - E_e(t_0=0)$$

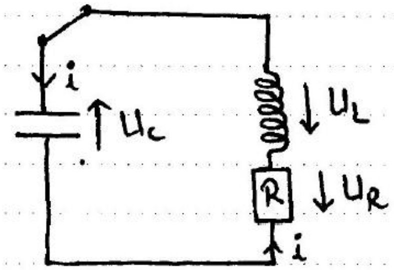
$$= \frac{1}{2} C u_{c_T}^2 - \frac{1}{2} C u_{c_0}^2$$

$$= \frac{1}{2} C \left(u_{c_T}^2 - u_{c_0}^2 \right)$$

الطاقة المبددة بمفعول جول

$$E_{(\text{المبددة})} = |\Delta E_e|$$

ج) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر محددا معامل الخمود؟



$$u_C + u_L + u_R = 0$$

$$u_C + ri + L\frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$u_C + (r+R)\cdot\frac{dq}{dt} + L\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Leftarrow \triangle!$$

ومنه:

$$u_C + (r+R)C\cdot\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$$

المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C هي:

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r+R}{L}\cdot\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{LC} = 0$$

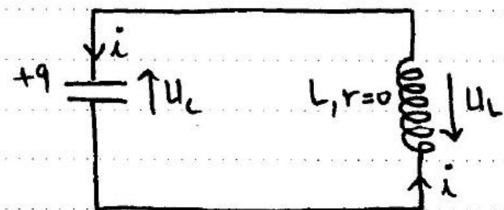
المقدار المسؤول عن الخمود هو:

$$\frac{r+R}{L}\cdot\frac{du_C}{dt}$$

II الدارة المثالية :

نشحن مكثف بواسطة مولد، وعند $t=0$، نصل مربطي المكثف بوشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة.

1 أرسم تركيب الدارة ومثل التوتر اصطلاح مستقبل؟



2 أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر.

$$u_C + u_L = 0$$

$$u_C + r\cdot i + L\frac{di}{dt} = 0 \quad (r=0)$$

$$u_C + L\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) = 0$$

$$u_C + L\cdot\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$u_C + LC\cdot\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{u_C}{LC} = 0$$

3 يكتب حل المعادلة التفاضلية على شكل:

$$u_C(t) = U_m\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

حدد مدلول كل مقدار:

* U_m : وسع التذبذبات وهو التوتر القصوي لـ $u_C(t)$ ب (V)
* φ : الطور عند $t=0$ (rad)
* T : الدور الخاص (s)

4 أوجد تعبير الدور الخاص؟

$$u_C(t) = U_m\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$\frac{du_C}{dt} = -U_m\frac{2\pi}{T_0}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} = -U_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

ومنه :

$$\frac{d^2U_c}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot U_c$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot U_c + \frac{U_c}{LC} = 0$$

$$U_c\left(-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC}\right) = 0$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC} = 0 \quad \Leftarrow \quad U_c \neq 0$$

$$\frac{1}{LC} = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \Rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\boxed{T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{LC}}$$

⑤ حدد قيمة φ الطور عند $t=0$

$$U_c(t=0) = U_m \cdot \cos\varphi$$
$$U_m = U_m \cdot \cos\varphi$$

$$\Leftarrow \quad \cos\varphi = 1$$

$$\boxed{\varphi = 0}$$

⑥ أوجد تعبير $q(t)$ و $i(t)$ ثم أستنتج I_{max} ؟

$$U_c = \frac{q}{C} \Rightarrow q = C \cdot U_c$$

$$* \quad \boxed{q = C U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)}$$

$$q(t) = Q_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

مع $\boxed{Q_{max} = C \cdot U_m}$

$$* \quad i(t) = C\frac{dU_c}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt}\left(U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)\right)$$

$$i(t) = -C U_m \frac{2\pi}{T_0} \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

ومنه

$$\boxed{i(t) = C U_m \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

تكون $i(t)$ قصوية عندما يكون

$$\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \frac{\pi}{2}\right) = +1$$

ومنه : $\boxed{I_{max} = C \cdot U_m \cdot \frac{2\pi}{T_0}}$

أو :

$$I_{max} = C U_m \cdot \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{C \cdot U_m}{\sqrt{L \cdot C}} = U_m\sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\boxed{I_{max} = U_m \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}}$$

أو $\boxed{I_{max} = \frac{Q_{max} \times 2\pi}{T_0}}$

أو $\boxed{I_{max} = \frac{Q_{max} \cdot 2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{Q_{max}}{\sqrt{LC}}}$

⑦ بين أن T_0 لها بعد زمني ؟

$$[T_0] = \sqrt{[L][C]}$$

$$* \quad i = C\frac{dU_c}{dt}$$

$$[I] = \frac{[C][U_c]}{[t]} \Rightarrow [C] = \frac{[I][t]}{[U_c]}$$

$$* \quad U_L = L\frac{di}{dt} \Rightarrow [U_L] = \frac{[L][I]}{[t]}$$

$$[L] = \frac{[U_L][t]}{[I]}$$

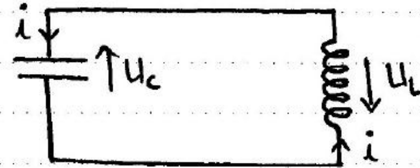
إذن :

$$[T_0] = \sqrt{\frac{[U_L][t]}{[I]} \cdot \frac{[I][t]}{[U_c]}}$$

وبالتالي : $[T_0] = [t]$

T_0 لها بعد زمني .

III الدراسة الطاقية :



① أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q .

$$u_c + u_L = 0$$

$$u_c + \underset{0}{r.i} + L.\frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{q}{C} + L.\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) = 0$$

$$\frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0}$$

② أكتب تعبير الطاقة الكلية بدلالة L و q و C و i للمتذبذب LC، ثم بين أنها تنحفظ ؟

تعبير الطاقة الكلية :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2C}q^2 + \frac{1}{2}Li^2$$

$$q(t) = Q_{max}\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -Q_m\cdot\frac{2\pi}{T_0}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}\cdot t\right)$$

$$= -\frac{Q_m\, 2\pi}{2\pi\sqrt{LC}}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}\cdot t\right)$$

$$i = -\frac{Q_m}{\sqrt{LC}}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2C}\cdot Q_m^2\cdot\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) + \frac{1}{2}L\frac{Q_m^2}{LC}\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$= \frac{1}{2C}Q_m^2\left(\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)\right)$$

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{1}{2C}Q_m^2}$$

$$\mathcal{E} = E_{e(max)} = \frac{1}{2C}\cdot Q_m^2 = \frac{1}{2}C\,U_m^2$$

$$\mathcal{E} = E_e + E_m$$

$$= \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$$

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{1}{2C}\cdot 2q\frac{dq}{dt} + \frac{1}{2}L\times 2i\frac{di}{dt}$$

$$= \frac{q}{C}i + Li\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right)$$

$$= i\left(\frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2}\right)$$

$$= iL\left(\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC}\right)$$

حسب المعادلة التفاضلية

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$$

إذن $\frac{d\mathcal{E}}{dt} = 0$

ومنه $\boxed{\mathcal{E} = cste}$

و $\mathcal{E} = E_{m(max)} = \frac{1}{2}L.I_m^2$

إذن :

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{1}{2}\cdot\frac{Q_m^2}{C} = \frac{1}{2}L.I_m^2 = \frac{1}{2}C\,U_m^2}$$

③ حدد قيمة q التي تتساوى فيها E_e و E_m ؟

$$\mathcal{E} = E_e + E_m$$

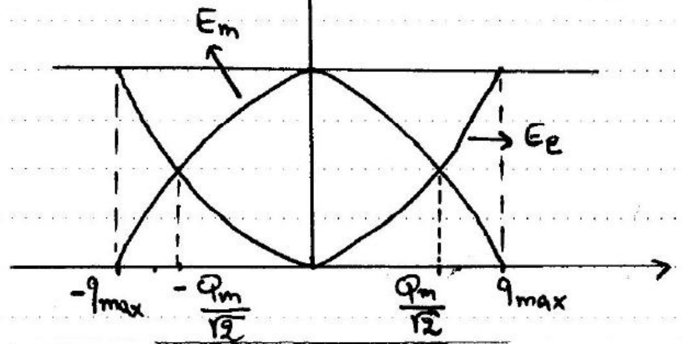
$$\mathcal{E} = 2E_e$$

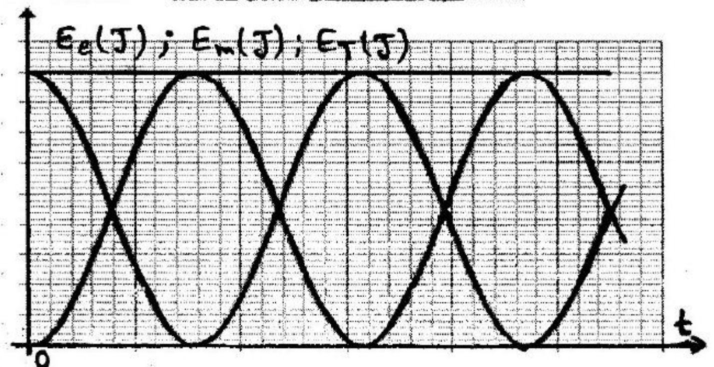
$$\frac{1}{2}\frac{Q_m^2}{C} = 2\times\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

$$q^2 = \frac{Q_m^2}{2} \Longrightarrow \boxed{q = \pm\frac{Q_m}{\sqrt{2}}}$$

IV مخطط الطاقة :

1 الدارة LC المثالية :

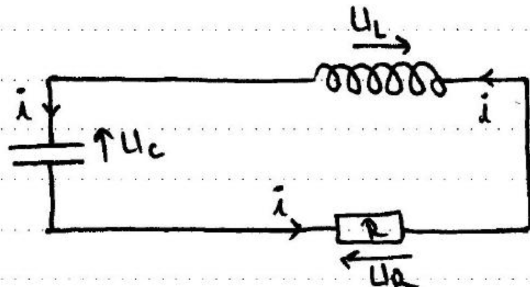




نحصل على هذا النظام، عندما نهمل مقاومة الوشيعة حيث يكون الخمود مهمل وبالتالي يكون تبادل الطاقة بين المكثف والوشيعة، حيث تبقى الطاقة الكلية للدارة ثابتة.

2 الدارة RLC المتوالية :

نعتبر مكثفا مشحونا ونصله بوشيعة مقاومتها r ومعامل تحريضها L و موصل مقاومته R.



a) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C ؟

$$u_C + u_L + u_R = 0$$

$$u_C + ri + L\frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$L\frac{di}{dt} + i(r+R) + u_C = 0$$

$$L\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) + (R+r)\frac{dq}{dt} + u_C = 0$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + (R+r)\frac{dq}{dt} + u_C = 0$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + (R+r).C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{L.C} = 0}$$

b) بين أن $\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -(R+r)i^2$ ، ثم أعط تفسيرا للنتيجة المحصل عليها ؟

لدينا : $\mathcal{E} = \frac{1}{2}C.u_C^2 + \frac{1}{2}L.i^2$

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{1}{2}C.2u_C\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{2}L.2i\frac{di}{dt}$$

$$= Cu_C\frac{du_C}{dt} + L.i\frac{di}{dt}$$

$$= u_C.i + L.i.C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$= i\left(u_C + LC.\frac{d^2u_C}{dt^2}\right)$$

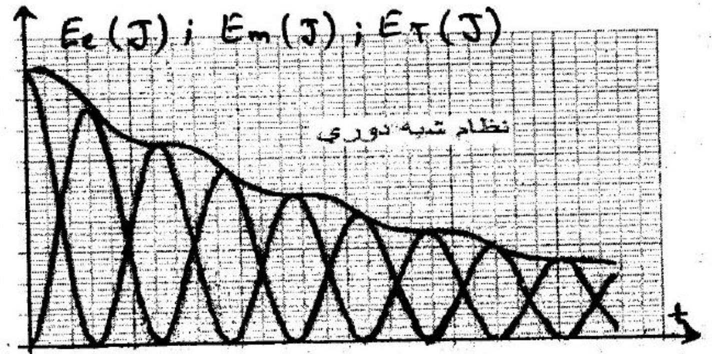
$$= i.L.C\left(\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{u_C}{LC}\right)$$

$$= iLC\left(-\frac{(R+r)}{L}.\frac{du_C}{dt}\right)$$

$$= -i(R+r)C\frac{du_C}{dt}$$

$$\boxed{\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -i^2(R+r)}$$

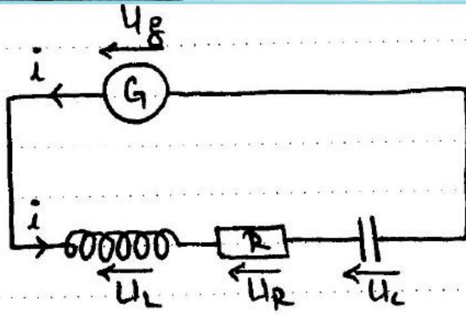
$\frac{d\mathcal{E}}{dt} < 0$ ، إذن الطاقة الكلية تتناقص تدريجيا مع مرور الزمن، نتيجة ضياع الطاقة على شكل حرارة في مقاومات الدارة.



V صيانة التذبذبات :

الهدف من صيانة التذبذبات، هو تعويض الطاقة المبددة بمفعول جول في مقاومات الدارة، لذلك ندمج في الدارة مولد توتره يتناسب مع شدة التيار $u_g = k.i$.

① أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C ؟



$$u_g = u_L + u_R + u_C$$

$$ki = ri + L\frac{di}{dt} + Ri + u_C$$

$$L\frac{di}{dt} + i(R+r-k) + u_C = 0$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + (R+r-k)\frac{dq}{dt} + u_C = 0$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + (R+r-k).C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{(R+r-k)}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{LC} = 0$$

② استنتج قيمة k لكي تكون الدارة مثالية، أي مقر تذبذبات جيبية ؟

لكي تكون الدارة مثالية، يجب أن تكون المعادلة التفاضلية حلها جيبي، أي :

$$\frac{R+r-k}{L}.\frac{du_C}{dt} = 0$$

ومنه $R+r-k = 0$

$$k = R+r$$

وبالتالي :

$$u_g = (R+r).i$$

سلاسل النجاح

الجزء الأول من :

الكيمياء

- التحولات السريعة و التحولات البطيئة
- التتبع الزمني لتحول كيميائي
- التحولات الكيميائية التي تحدث في المنحيين
- حالة التوازن لمجموعة كيميائية
- التحولات المقرونة بالتفاعلات حمض قاعدة

I تذكير :

$$n(x) = \frac{m(x)}{M(x)}$$

$m(x)$: كتلة العينة (g)
$M(x)$: الكتلة المولية (g/mol)
$n(x)$: كمية المادة (mol)

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ρ : الكتلة الحجمية (g/cm^3)
V : حجم العينة (cm^3)
m : كتلة العينة (g)

$$d = \frac{\rho}{\rho_{eau}}$$

d : كثافة جسم بالنسبة للماء بدون وحدة.
ρ_{eau} : الكتلة الحجمية للماء (g/cm^3)

$$n(G) = \frac{V_G}{V_m}$$

$V(G)$: حجم الغاز ب (L)
V_m : الحجم المولي (L/mol)
$n(G)$: كمية المادة للغاز ب (mol)

معادلة الغاز الكامل

$$P.V_{(G)} = n(G) \times R \times T$$

$$T = t(°C) + 273,15$$

T : درجة الحرارة المطلقة (K)
$V(G)$: حجم الغاز (m^3)
P : ضغط الغاز (Pa)
R : ثابتة الغازات الكاملة :
$R = 8,31\ (SI)$

$$C = \frac{n}{V_s}$$

C : تركيز المحلول (mol/L)
n : كمية مادة المذاب (mol)
V_s : حجم المحلول (L)

تركيز النوع الكيميائي

$$[X] = \frac{n(X)}{V_s}$$

تذكير

$1\,mL = 1\,cm^3 = 10^{-3}\,L$

$1\,dm^3 = 1\,L = 10^{3}\,cm^3$

$1\,m^3 = 10^{3}\,L = 10^{6}\,cm^3$

« الجدول الوصفي »

الحالة	التقدم	aA	bB	cC	dD
		كميات المادة			
ح ب	0	$n_0(A)$	$n_0(B)$	0	0
ح و	X	$n_0(A) - aX$	$n_0(B) - bX$	cX	dX
ح ن	X_m	$n_0(A) - aX_m$	$n_0(B) - bX_m$	cX_m	dX_m

تحديد X_{max} :

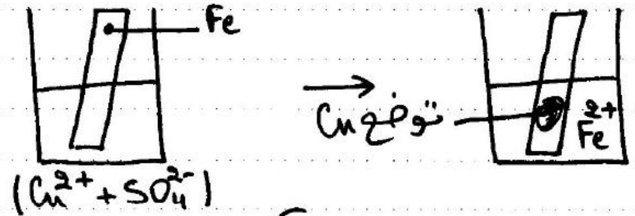
$$X_{max①} = \frac{n_0(A)}{a}$$

$$X_{max②} = \frac{n_0(B)}{b}$$

التقدم الأقصى يوافق أصغر قيمة لـ X_{max}.

II أمثلة لتفاعلات الأكسدة - اختزال

مثال 1 : نغمر صفيحة من الحديد Fe داخل محلول كبريتات النحاس II $(Cu^{2+} + SO_4^{2-})$ ، فنلاحظ توضع فلزي على صفيحة الحديد وتكون أيونات Fe^{2+}



* نصف معادلة الأكسدة :

$$Fe_{(s)} \rightleftharpoons Fe^{2+} + 2e^-$$

* نصف معادلة الاختزال :

$$Cu^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons Cu$$

المزدوجتان المتفاعلتان هما :

Cu^{2+}/Cu و Fe^{2+}/Fe

* معادلة الأكسدة - اختزال :

$$Fe + Cu^{2+} \rightarrow Cu + Fe^{2+}$$

* المؤكسد : كل نوع كيميائي جزيئي أو أيوني قادر على اكتساب إلكترون أو أكثر.

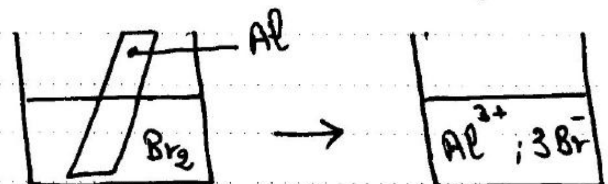
* المختزل : كل نوع كيميائي جزيئي أو أيوني قادر على فقدان إلكترون أو أكثر

* الأكسدة : تحول يتم خلاله فقدان إلكترونات.

* الاختزال : تحول يتم خلاله اكتساب إلكترونات.

* الأكسدة والاختزال : تفاعل يتم أثناءه تبادل إلكترونات بين المؤكسد و المختزل.

مثال 2 : نغمر قطعة من Al داخل إناء يحتوي على محلول ثنائي البروم Br_2 فنحصل على محلول بروموم الألومنيوم $(Al^{3+} ; 3Br^-)$

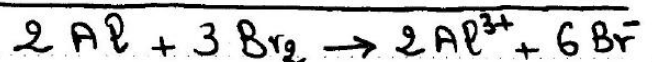


أكسدة

$$2 \times (Al \rightleftharpoons Al^{3+} + 3e^-$$

اختزال

$$3 \times (Br_2 + 2e^- \rightleftharpoons 2Br^-$$

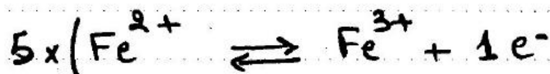


$$2Al + 3Br_2 \rightarrow 2Al^{3+} + 6Br^-$$

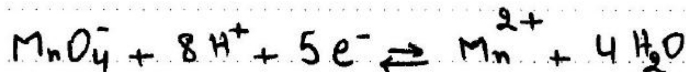
مثال 3 : أكتب معادلة الأكسدة - اختزال في حالة وضع قطعة من الزنك Zn في محلول حمض الكلوريدريك $(H^+ + Cl^-)$

نعطي : H^+/H_2 و Zn^{2+}/Zn

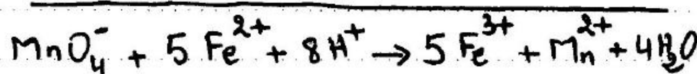
مثال 4 : نصب محلول برمنغنات البوتاسيوم $(K^+ ; MnO_4^-)$ في إناء يحتوي على محلول كبريتات الحديد II ذي الصيغة $(Fe^{2+} ; SO_4^{2-})$ فنحصل على Fe^{3+} و Mn^{2+} في وسط حمضي.



$$5 \times (Fe^{2+} \rightleftharpoons Fe^{3+} + 1e^-$$



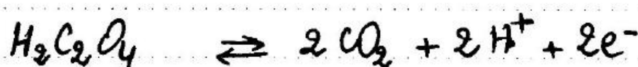
$$MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightleftharpoons Mn^{2+} + 4H_2O$$



$$MnO_4^- + 5Fe^{2+} + 8H^+ \rightarrow 5Fe^{3+} + Mn^{2+} + 4H_2O$$

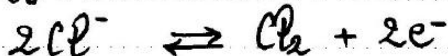
* بعض المزدوجات الأخرى :

• $CO_2/H_2C_2O_4$



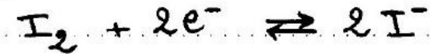
$$H_2C_2O_4 \rightleftharpoons 2CO_2 + 2H^+ + 2e^-$$

• Cl_2/Cl^-



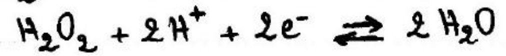
$$2Cl^- \rightleftharpoons Cl_2 + 2e^-$$

• I_2/I^- :



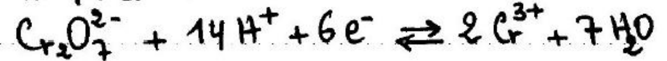
$$I_2 + 2e^- \rightleftarrows 2I^-$$

• H_2O_2/H_2O :



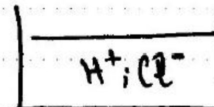
$$H_2O_2 + 2H^+ + 2e^- \rightleftarrows 2H_2O$$

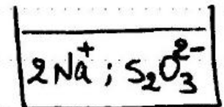
• $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$:



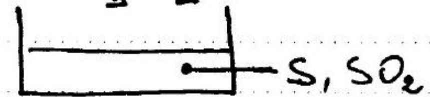
$$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightleftarrows 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

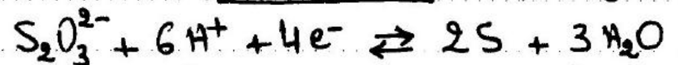
مثال ⑤



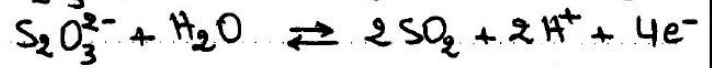


ثيوكبريتات الصوديوم — حمض الكلوريدريك

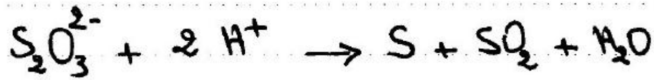




$$S_2O_3^{2-} + 6H^+ + 4e^- \rightleftarrows 2S + 3H_2O$$



$$S_2O_3^{2-} + H_2O \rightleftarrows 2SO_2 + 2H^+ + 4e^-$$



$$S_2O_3^{2-} + 2H^+ \rightarrow S + SO_2 + H_2O$$

III العوامل الحركية :

تعريف : نسمي عامل حركي كل عامل يؤثر في سرعة المجموعة الكيميائية .

* درجة الحرارة : كلما ارتفعت درجة الحرارة كلما كان التطور أسرع .

* التركيز البدئي : كلما كان التركيز البدئي أكبر لأحد المتفاعلات كلما كان تطور التفاعل أسرع .

تطبيق :

ندرس تفاعل الأكسدة-اختزال بين فلز الزنك Zn والأيونات H^+.
نمزج في البداية 0,24mol من مسحوق الزنك و 0,78mol من الأيونات H^+. التحول كلي.

(1) أكتب معادلة التفاعل. ماذا نلاحظ خلال هذه التجربة ؟

(2) أنشئ الجدول الوصفي لتطور المجموعة باستعمال التقدم x للتفاعل.

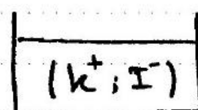
(3) حدد التقدم الأقصى وعين المتفاعل المحد.

(4) أحسب كمية المادة لكل من الأنواع الكيميائية في الحالة النهائية.

(5) أحسب حجم غاز H_2 المتصاعد في ظروف التجربة. $V_m = 24\ l/mol$

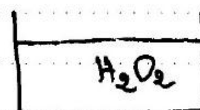
I) تتبع تحول كيميائيا عن طريق المعايرة

عند $t=0$ نمزج المحلولين



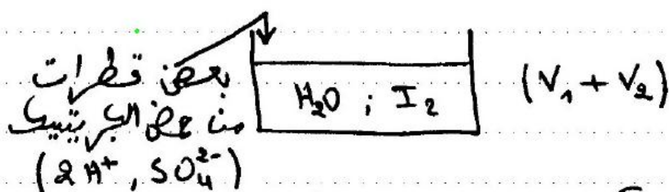
$C_2 = 2.10^{-2}\ mol/l$

$V_2 = 50\ ml$

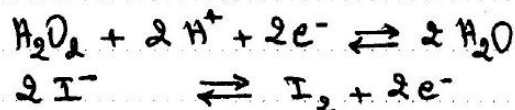


$C_1 = 10^{-2}\ mol/l$

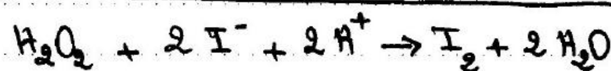
$V_1 = 50\ ml$



1) أكتب معادلة التفاعل علما أنه تام.

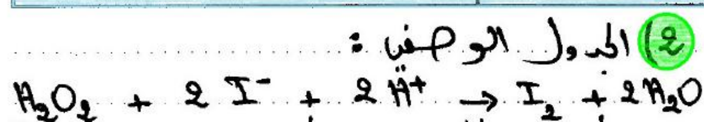


$$H_2O_2 + 2H^+ + 2e^- \rightleftarrows 2H_2O$$
$$2I^- \rightleftarrows I_2 + 2e^-$$



$$H_2O_2 + 2I^- + 2H^+ \rightarrow I_2 + 2H_2O$$

2) الجدول الوصفي :



H_2O_2	$+\ 2I^-$	$+\ 2H^+$	$\rightarrow\ I_2$	$+\ 2H_2O$
C_1V_1	C_2V_2	وفير	0	وفير
$C_1V_1 - x$	$C_2V_2 - 2x$	وفير	x	وفير
$C_1V_1 - x_m$	$C_2V_2 - 2x_m$	وفير	x_m	وفير

3) نقسم الخليط التفاعلي إلى 10 أنابيب، حيث نضع في كل أنبوب $10\ ml$ ونضيف صمغ النشا إلى كل أنبوب فيأخذ المحلول لون أزرق قاتم. ثم نغطس كل أنبوب داخل ماء مثلج خلال تواريخ مختلفة. بعد ذلك نعاير الحجم $V = 10\ ml$ بواسطة ثيوكبريتات الصوديوم $(2Na^+, S_2O_3^{2-})$ تركيزه $C_3 = 2.10^{-2}\ mol/l$ ،

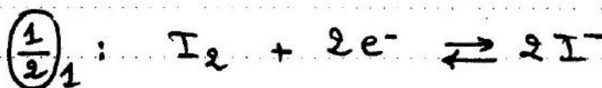
نحصل على التكافؤ عند إضافة الحجم V_E

a) ما أهمية الغطس، وما دور صمغ النشا ؟

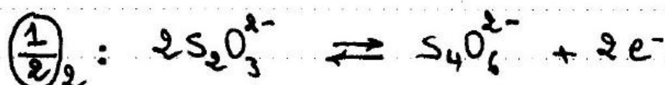
* أهمية الغطس هي توقيف التفاعل نتيجة انخفاض درجة الحرارة.

* دور صمغ النشا تحديد نقطة التكافؤ.

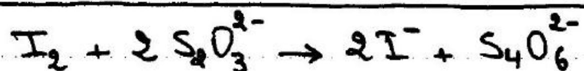
b) أكتب معادلة المعايرة :



$$\left(\tfrac{1}{2}\right)_1 :\ I_2 + 2e^- \rightleftarrows 2I^-$$



$$\left(\tfrac{1}{2}\right)_2 :\ 2S_2O_3^{2-} \rightleftarrows S_4O_6^{2-} + 2e^-$$



$$I_2 + 2S_2O_3^{2-} \rightarrow 2I^- + S_4O_6^{2-}$$

c) أوجد كمية مادة I_2 في الخليط التفاعلي بدلالة C_3 و V_E .

I_2	$+\ 2S_2O_3^{2-}$	$\rightarrow\ 2I^-$	$+\ S_4O_6^{2-}$
$n(I_2)$	C_3V_E	0	0
$n(I_2) - X_E$	$C_3V_E - 2X_E$	$2X_E$	X_E

عند التكافؤ يكون I_2 و $S_2O_3^{2-}$ محدينا

$$\begin{cases} n(I_2) - X_E = 0 \\ C_3V_E - 2X_E = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n(I_2) = X_E \\ \dfrac{C_3V_E}{2} = X_E \end{cases}$$

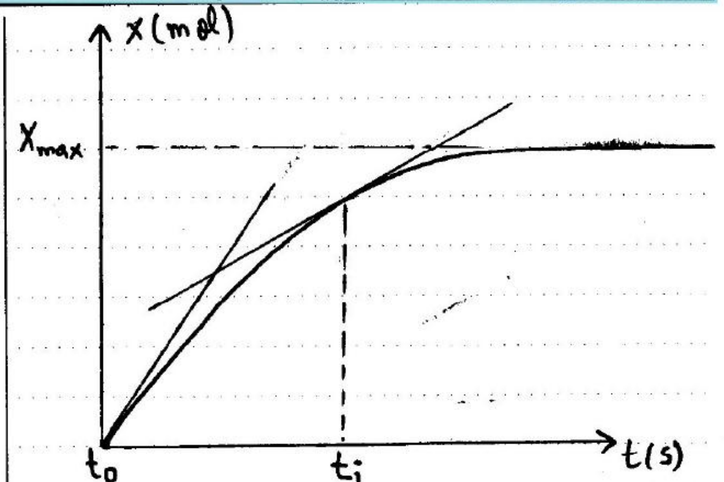
$$n(I_2) = \frac{C_3V_E}{2}$$

$$n_t(I_2) = 10\, n(I_2) = 10 . \frac{C_3V_E}{2}$$

$$\boxed{n_t(I_2) = 5\, C_3V_E}$$

d) نقوم بخط المنحنى $x = f(t)$ فنحصل على المنحنى التالي :

عرف السرعة الحجمية أو السرعة اللحظية لتطور التفاعل.



تعريف : السرعة الحجمية هي جداء مقلوب حجم المحلول ومشتقة التقدم x بالنسبة للزمن

$$v = \frac{1}{V_s} \cdot \frac{dx}{dt}$$

V_s : حجم المحلول (L)

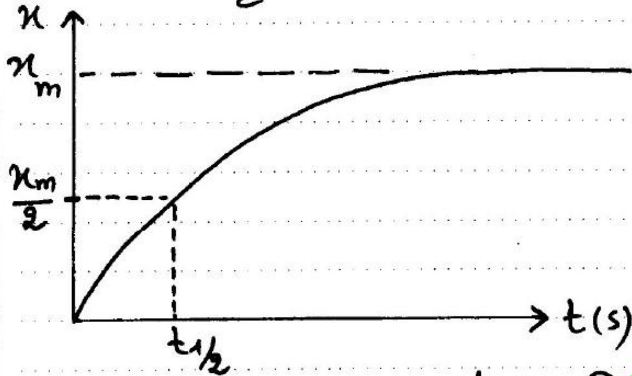
$\frac{dx}{dt}$: المعامل الموجه للمماس عند اللحظة t_i ($mol.s^{-1}$)

v : السرعة الحجمية لتطور التفاعل $mol.l^{-1}.s^{-1}$

④ عرف زمن نصف التفاعل .

تعريف : زمن نصف التفاعل هو المدة الزمنية اللازمة لكي يصبح التقدم x يساوي نصف قيمته النهائية .

عند $t = t_{1/2}$ $\Leftarrow$ $x = \frac{x_f}{2}$



⑤ كيف تتطور السرعة مع مرور الزمن ؟

أثناء التفاعل تتناقص كمية مادة المتفاعلات ، وبما أن الحجم ثابت ، ينقص التركيز وهذا عامل حركي ، فكلما تناقص التركيز تتناقص السرعة الحجمية .

II تتبع تحول كيميائي عن طريق المواصلة

① تذكير :

* المواصلة G :

$$G = \frac{I}{U}$$

G : (S) السيمنس ، I : (A) ، U : (V)

* الموصلية σ :

$$G = k . \sigma$$

G : (S) ، σ : $(S.m^{-1})$ ، k : ثابتة الخلية

* الموصلية المولية الأيونية λ :

مثال : بالنسبة لمحلول كلورور الهيدروجين $(H^+ ; Cl^-)$ نكتب موصلية المحلول على شكل :

$$\sigma_{(H^+;Cl^-)} = \lambda_{H^+}[H^+] + \lambda_{Cl^-}[Cl^-]$$

يتم تحديد كل من $[H^+]$ و $[Cl^-]$ انطلاقا من الجدول الوصفي .

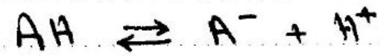
بصفة عامة

$$\sigma = \sum \lambda_i . [X_i]$$

X_i : نوع كيميائي أيوني و λ_i موصليته المولية الأيونية بالوحدة : $(S.m^2.mol^{-1})$

I الحمض و القاعدة حسب برونشتد

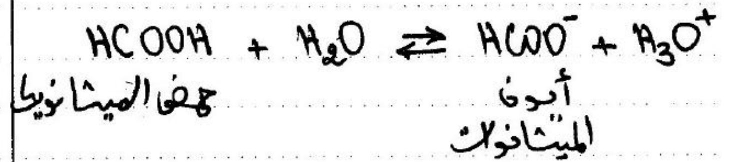
الحمض : هو كل نوع كيميائي قادر على تحرير (منح) بروتون H^+ خلال تفاعل كيميائي.



$$AH \rightleftarrows A^- + H^+$$

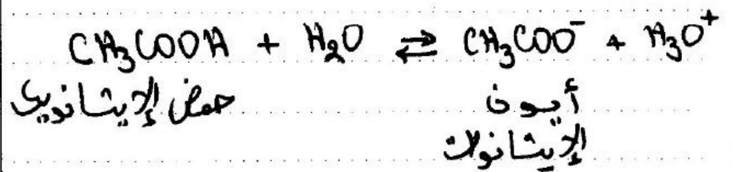
أمثلة :

* ذوبان الحمض في الماء جزئي



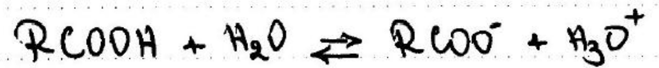
$$HCOOH + H_2O \rightleftarrows HCOO^- + H_3O^+$$

حمض الميثانويك — أيون الميثانوات



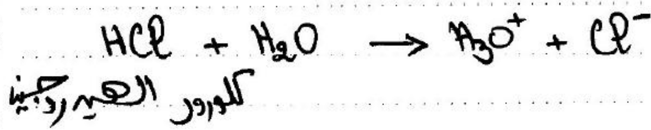
$$CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$$

حمض الإيثانويك — أيون الإيثانوات



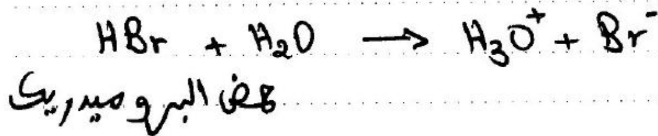
$$RCOOH + H_2O \rightleftarrows RCOO^- + H_3O^+$$

* ذوبان الحمض في الماء كلي :



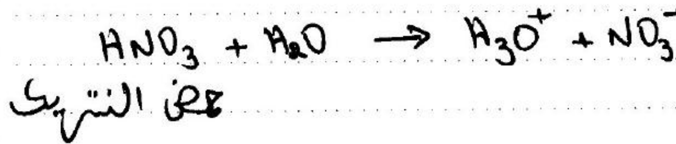
$$HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$$

كلورور الهيدروجين



$$HBr + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Br^-$$

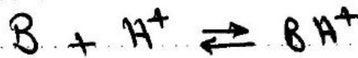
حمض البروميدريك



$$HNO_3 + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + NO_3^-$$

حمض النتريك

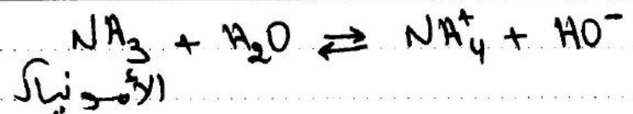
القاعدة : هي كل نوع كيميائي قادر على اكتساب بروتون H^+ خلال تفاعل كيميائي.



$$B + H^+ \rightleftarrows BH^+$$

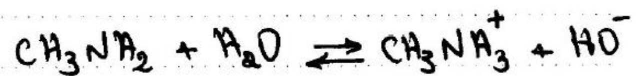
أمثلة :

* ذوبان القاعدة في الماء جزئي



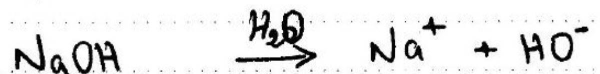
$$NH_3 + H_2O \rightleftarrows NH_4^+ + HO^-$$

الأمونياك



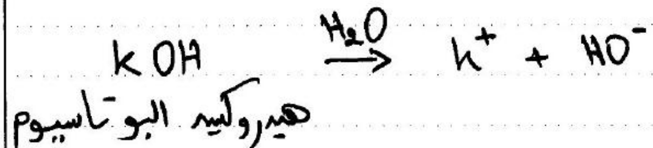
$$CH_3NH_2 + H_2O \rightleftarrows CH_3NH_3^+ + HO^-$$

* ذوبان القاعدة في الماء كلي :



$$NaOH \xrightarrow{H_2O} Na^+ + HO^-$$

هيدروكسيد الصوديوم



$$KOH \xrightarrow{H_2O} K^+ + HO^-$$

هيدروكسيد البوتاسيوم

II مفهوم pH المحلول المائي :

1. يتعلق pH المحلول المائي بتركيز أيونات الأوكسونيوم H_3O^+.

$$pH = -\log[H_3O^+]$$

$$[H_3O^+] = 10^{-pH}$$

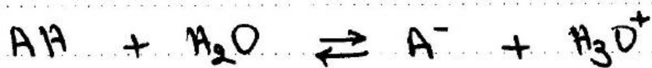
2. نسبة التقدم النهائي τ :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$$

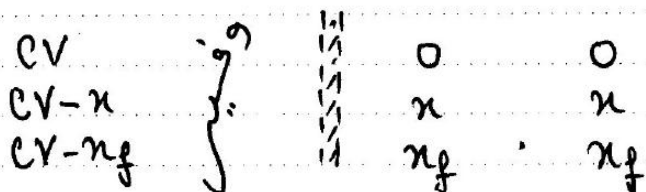
$\tau = 1$: التفاعل تام.

$\tau < 1$: التفاعل محدود.

III دراسة محلول حمضي AH



$$AH + H_2O \rightleftarrows A^- + H_3O^+$$



CV	وفير	0	0
$CV-x$		x	x
$CV-x_f$		x_f	x_f

لدينا : $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$

* تحديد x_f :

$$[H_3O^+] = \frac{x_f}{V} \Rightarrow x_f = [H_3O^+]\cdot V$$

* تحديد x_{max} :

الماء موجود بوفرة.
نفترض أن AH متفاعل محد :

$$CV - x_{max} = 0$$
$$x_{max} = C\times V$$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]\cdot V}{C\times V} \Leftarrow$$

$$\tau = \frac{[H_3O^+]}{C}$$

* تحديد تراكيز الأنواع الكيميائية باستثناء الماء.

- $[H_3O^+] = \frac{x_f}{V}$; $[A^-] = \frac{x_f}{V}$ $\Rightarrow [A^-] = [H_3O^+]$

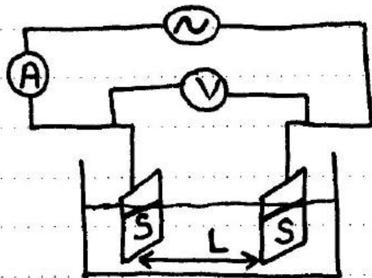
$$[A^-] = [H_3O^+] = 10^{-pH}$$

- $[AH] = \frac{CV - x_f}{V} = \frac{CV}{V} - \frac{x_f}{V}$

$$[AH] = C - \frac{x_f}{V} = C - [H_3O^+]$$

$$[AH] = C - 10^{-pH}.$$

IV موصلية المحلول :



* $G = \frac{1}{R} = \frac{I}{U}$; G (S) المواصلة ، R (Ω) ، I (A) ، U (V)

* $G = \sigma \times \frac{S}{L}$; G (S) ، σ $(S.m^{-1})$ ، S (m^2) ، L (m)

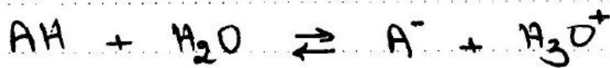
S : مساحة كل إلكترود
L : المسافة بين الإلكترودين

نكتب أيضا $G = k\cdot\sigma$

مع k ثابتة الخلية $k = \frac{S}{L}$

* $\sigma = \lambda_{M^+}[M^+] + \lambda_{X^-}[X^-]$; σ $S.m^{-1}$ ، λ $S.m^2.mol^{-1}$

1 تحديد x_f انطلاقا من قياس الموصلية σ_f.



AH	$+ H_2O$	$\rightleftarrows A^-$	$+ H_3O^+$
CV	بوفرة	0	0
$CV-x$		x	x
$CV-x_f$		x_f	x_f

$$\sigma = \lambda_{A^-}\cdot[A^-] + \lambda_{H_3O^+}\cdot[H_3O^+]$$

$$\sigma = \lambda_{A^-}\cdot\frac{x_f}{V} + \lambda_{H_3O^+}\cdot\frac{x_f}{V} = \frac{x_f}{V}(\lambda_{A^-} + \lambda_{H_3O^+})$$

$$\sigma\cdot V = x_f(\lambda_{A^-} + \lambda_{H_3O^+}).$$

$$x_f = \frac{\sigma\cdot V}{\lambda_{A^-} + \lambda_{H_3O^+}}$$ V بـ (m^3).

ع) تحديد تركيز H_3O^+ أو A^-

$$\sigma = \lambda_{A^-} \cdot [A^-] + \lambda_{H_3O^+} \cdot [H_3O^+]$$

$$[A^-] = \frac{x_f}{V} \qquad [H_3O^+] = \frac{x_f}{V} \qquad [A^-] = [H_3O^+]$$

$$\sigma = [H_3O^+] \cdot (\lambda_{A^-} + \lambda_{H_3O^+})$$

$$[H_3O^+] = \frac{\sigma}{\lambda_{A^-} + \lambda_{H_3O^+}}$$

mol/m^3

تطبيق :

يعطي pH محلول مائي S_1 للأمونياك NH_3 تركيزه المولي $C_1 = 0,2\ mol/l$ النتيجة التالية : $pH = 11,3$.

1 - أكتب معادلة تفاعل الأمونياك مع الماء.

2 - بين أن الأمونياك لا يتفاعل كليا مع الماء بتحديد نسبة التقدم النهائي.

3 - كيف يمكن إعداد محلول S_2 حجمه $V_2 = 100\ ml$ وتركيزه $C_2 = 4.10^{-3}\ mol/l$ انطلاقا من حجم V_1 من المحلول S_1.

أشرح الطريقة مع تحديد الحجم V_1.

pH المحلول S_2 يساوي 10,4.

4 - حدد نسبة التقدم النهائي لتفاعل الأمونياك مع الماء في حالة المحلول S_2.

5 - أستنتج تأثير التخفيف على تفاعل الأمونياك مع الماء.

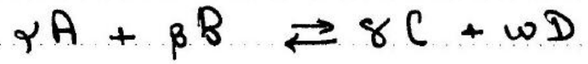
نعطي :

* المزدوجة NH_4^+/NH_3

* $[H_3O^+] \cdot [OH^-] = 10^{-14}$

I - خارج التفاعل :

نعتبر مجموعة كيميائية تخضع لتحول كيميائي.



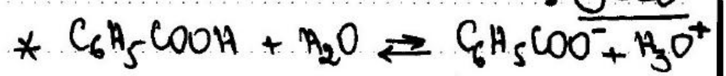
$$\alpha A + \beta B \rightleftarrows \gamma C + \delta D$$

$$Q_r = \frac{[C]^{\gamma} \cdot [D]^{\delta}}{[A]^{\alpha} \cdot [B]^{\beta}}$$

Q_r : خارج التفاعل بدون وحدة

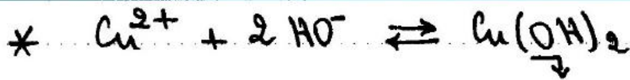
$[\text{صلب}] = 1$ و $[\text{الماء (مذيب)}] = 1$

مثال :



$$* \; C_6H_5COOH + H_2O \rightleftarrows C_6H_5COO^- + H_3O^+$$

$$Q_r = \frac{[C_6H_5COO^-][H_3O^+]}{[C_6H_5COOH]}$$



$$* \; Cu^{2+} + 2HO^- \rightleftarrows Cu(OH)_2$$

$$Q_r = \frac{1}{[Cu^{2+}] \cdot [OH^-]^2}$$

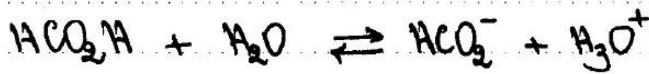
II - ثابتة التوازن :

$$Q_{r,éq} = \frac{[C]_{éq}^{\gamma} \cdot [D]_{éq}^{\delta}}{[A]_{éq}^{\alpha} \cdot [B]_{éq}^{\beta}}$$

$$K = Q_{r,éq}$$

↑ ثابتة التوازن

مثال :



$$HCO_2H + H_2O \rightleftarrows HCO_2^- + H_3O^+$$

$$K = Q_{r,éq} = \frac{[HCO_2^-]_{éq}[H_3O^+]_{éq}}{[HCO_2H]_{éq}}$$

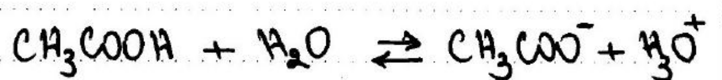
III - ثابتة التوازن لا تتعلق بالحالة البدئية.

نعتبر محلولين S_1 و S_2 لحمض الإيثانويك حيث :

$C_1 = 5.10^{-2}\,mol/l$ و $C_2 = 5.10^{-3}\,mol/l$

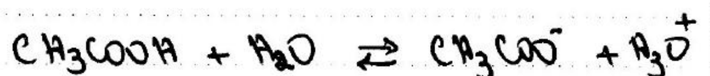
$\sigma_1 = 3,5.10^{-2}\,S.m^{-1}$ و $\sigma_2 = 3,5.10^{-2}\,S\,m^{-1}$

1- معادلة ذوبان الحمض في الماء



$$CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$$

2- الجدول الوصفي :



$$CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$$

CH_3COOH	H_2O	CH_3COO^-	H_3O^+
CV	وفير	0	0
$CV - x_f$	وفير	x_f	x_f

3- حساب التراكيز :

$$\sigma = \lambda_{CH_3COO^-} \cdot [CH_3CO_2^-] + \lambda_{H_3O^+} \cdot [H_3O^+]$$

$$[CH_3CO_2^-] = [H_3O^+] = \frac{x_f}{V}$$

$$\sigma = [H_3O^+] \cdot (\lambda_{CH_3CO_2^-} + \lambda_{H_3O^+})$$

$$* \; [H_3O^+]_{éq} = \frac{\sigma}{\lambda_{CH_3CO_2^-} + \lambda_{H_3O^+}}$$

$$* \; [CH_3CO_2^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq}$$

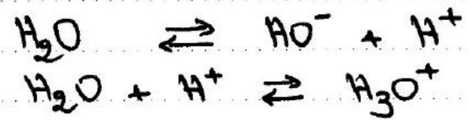
$$* \; [CH_3COOH] = \frac{CV - x_f}{V} = C - \frac{x_f}{V} = C - [H_3O^+]$$

4- حساب K_1 و K_2 :

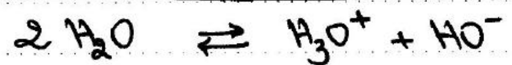
نجد $K_1 \simeq K_2$ ، إذن K لا تتعلق بالحالة البدئية.

I التحلل البروتوني الذاتي للماء

إن الموصلية الضعيفة للماء الخالص ناتجة عن تفاعل جد محدود لجزيئات الماء مع بعضها البعض حسب المعادلة



$$H_2O \rightleftarrows HO^- + H^+$$
$$H_2O + H^+ \rightleftarrows H_3O^+$$



$$2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + HO^-$$

II الجداء الأيوني للماء.

* $ke = [H_3O^+].[HO^-]$

* $ke = 10^{-14} \Leftarrow$ عند $25°C$

* $pke = -\log ke = 14$

(1) أثبت أن $pH = \frac{1}{2} pke$ في حالة محلول محايد.

محلول محايد : $[H_3O^+] = [OH^-]$

$$[H_3O^+]^2 = [H_3O^+].[OH^-] = ke$$

$$\log [H_3O^+]^2 = \log ke$$

$$2 \log [H_3O^+] = \log ke$$

$$-2pH = \log ke$$

$$-2pH = -pke$$

$$\Rightarrow \boxed{pH = \frac{1}{2} pke}$$

(2) أثبت أن $pH < \frac{1}{2} pke$ في حالة محلول حمضي.

محلول حمضي : $[H_3O^+] > [HO^-]$

$$[H_3O^+]^2 > ke \Leftarrow [H_3O^+]^2 > [H_3O^+].[OH^-]$$

$$-2pH > -pke \Leftarrow 2\log[H_3O^+] > \log ke$$

$$\boxed{pH < \frac{1}{2} pke}$$

(3) أثبت أن $pH > \frac{1}{2} pke$ في حالة محلول قاعدي :

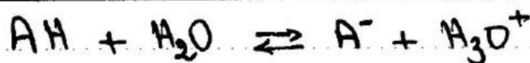
$$[H_3O^+]^2 < [H_3O^+][OH^-] \Leftarrow [H_3O^+] < [OH^-]$$

$$2\log[H_3O^+] < \log ke \Leftarrow [H_3O^+]^2 < ke$$

$$\boxed{pH > \frac{1}{2} pke} \Leftarrow -2pH < -pke$$

III ثابتة الحمضية K_A :

(1) الحالة الأولى : حمض مع الماء.



$$AH + H_2O \rightleftarrows A^- + H_3O^+$$

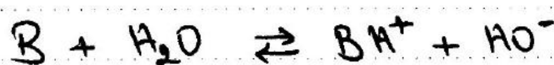
ثابتة الحمضية $\nearrow$ $K_A = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[AH]}$

$$Q_{r,éq} = K = \frac{[A^-].[H_3O^+]}{[AH]}$$

ثابتة التوازن. $\nearrow$ (K)

نلاحظ أن $K_A = K$

(2) الحالة الثانية : قاعدة مع الماء.



$$B + H_2O \rightleftarrows BH^+ + HO^-$$

ثابتة التوازن $K = \frac{[BH^+][HO^-]}{[B]}$

$$K = \frac{[BH^+][HO^-][H_3O^+]}{[B][H_3O^+]}$$

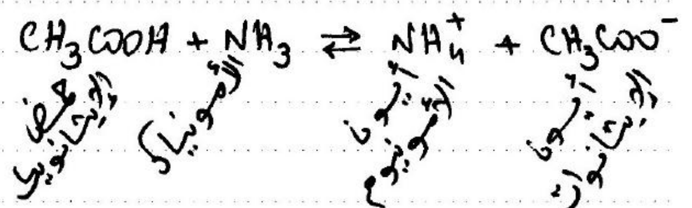
$$K = \frac{[HO^-][H_3O^+]}{[B][H_3O^+]/[BH^+]} = ke/K_A$$

ومنه :

$$k = \frac{k_e}{k_A} = \frac{10^{-pk_e}}{10^{-pk_A}}$$

3) الحالة الثالثة : حمض و قاعدة

$$CH_3COOH + NH_3 \rightleftarrows NH_4^+ + CH_3COO^-$$



$$k = \frac{[NH_4^+][CH_3COO^-]}{[CH_3COOH][NH_3]}$$

$$k = \frac{[CH_3COO^-][H_3O^+]}{[CH_3COOH]} \cdot \frac{[NH_4^+]}{[NH_3][H_3O^+]}$$

$$k = \frac{k_{A1}}{k_{A2}} = \frac{10^{-pk_{A1}}}{10^{-pk_{A2}}}$$

IV العلاقة بين pH و pk_A

1) أثبت أن $pH = pk_A + \log \frac{[A^-]}{[AH]}$

لدينا $k_A = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[AH]}$

$$\frac{k_A}{[H_3O^+]} = \frac{[A^-]}{[AH]}$$

$$\log \frac{k_A}{[H_3O^+]} = \log \frac{[A^-]}{[AH]}$$

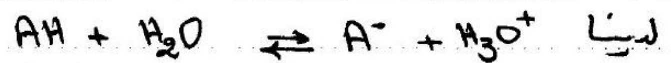
$\Leftarrow$ $\log k_A - \log [H_3O^+] = \log \frac{[A^-]}{[AH]}$

$\Leftarrow$ $-pk_A + pH = \log \frac{[A^-]}{[AH]}$

ومنه $pH = pk_A + \log \frac{[A^-]}{[AH]}$

2) أثبت أن $\tau = \frac{k_A}{k_A + 10^{-pH}}$

لدينا



$AH + H_2O$	$\rightleftarrows$	A^-	$+ H_3O^+$
C_AV_A		0	0
$C_AV_A - x$	بوفرة	x	x
$C_AV_A - x_f$		x_f	x_f

$$k_A = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[AH]}$$

$[H_3O^+] = \frac{x_f}{V_A} \Rightarrow x_f = [H_3O^+] \times V_A$

الماء يوجد بوفرة ومنه :

$x_{max} = C_A \cdot V_A$

$$\Rightarrow \tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+] \times V_A}{C_A \cdot V_A}$$

- $\Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]}{C_A} \Rightarrow [H_3O^+] = C_A \cdot \tau$
- $\Rightarrow [A^-] = [H_3O^+] = C_A \cdot \tau$
- $\Rightarrow [AH] = \frac{C_AV_A - x_f}{V_A} = C_A - \frac{x_f}{V_A}$

ومنه $[AH] = C_A - [H_3O^+]$
$= C_A - C_A \cdot \tau$
$= C_A(1 - \tau)$

وبالتالي :

$$k_A = \frac{C_A \tau \cdot [H_3O^+]}{C_A(1-\tau)}$$

$$k_A = \frac{\tau \cdot [H_3O^+]}{1-\tau}$$

$\Rightarrow k_A(1-\tau) = \tau \cdot [H_3O^+]$

$k_A - k_A \cdot \tau = \tau \cdot [H_3O^+]$

$k_A = \tau \cdot [H_3O^+] + k_A \cdot \tau$

$k_A = \tau \cdot ([H_3O^+] + k_A)$

$$\tau = \frac{k_A}{[H_3O^+] + k_A} = \frac{k_A}{k_A + 10^{-pH}}$$

3) أوجد تعبير pH بدلالة pk_A و τ.

لدينا :

$$pH = pK_A + \log \frac{[A^-]}{[AH]}$$

بنفس الطريقة السابقة, خلال الإجابة على السؤال 2 لدينا :

$[AH] = C_A(1-\tau)$ و $[A^-] = C_A \cdot \tau$

إذن :

$$pH = pK_A + \log \frac{C_A \tau}{C_A(1-\tau)}$$

$$\boxed{pH = pK_A + \log \frac{\tau}{1-\tau}}$$

④ أثبت أن

$$\tau = \frac{1}{1 + 10^{pK_A - pH}}$$

لدينا

$$pH = pK_A + \log \frac{[A^-]}{[AH]}$$

حسب ما سبق لدينا :

$[AH] = C_A(1-\tau)$ و $[A^-] = C_A \cdot \tau$

إذن :

$$10^{pH - pK_A} = \frac{C_A \cdot \tau}{C_A(1-\tau)}$$

$$10^{pK_A - pH} = \frac{1-\tau}{\tau} = \frac{1}{\tau} - 1$$

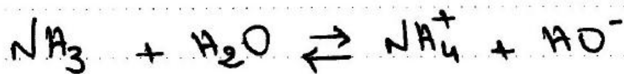
$$10^{pK_A - pH} + 1 = \frac{1}{\tau}$$

$$\boxed{\tau = \frac{1}{1 + 10^{pK_A - pH}}}$$

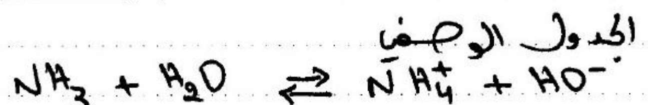
⑤ أثبت أن

$$k_A = \frac{(1-\tau)k_e}{C_B \cdot \tau^2}$$

في حالة ذوبان قاعدة في الماء.
مثال : الأمونياك NH_3



$$NH_3 + H_2O \rightleftarrows NH_4^+ + HO^-$$



الجدول الوصفي

NH_3 + H_2O		NH_4^+	HO^-
C_BV_B	وفير	0	0
$C_BV_B - x$		x	x
$C_BV_B - x_f$		x_f	x_f

لدينا :

$$k_A = \frac{[NH_3][H_3O^+]}{[NH_4^+]}$$

$$k_A = \frac{[NH_3] \cdot k_e}{[NH_4^+][HO^-]}$$

$* [HO^-] = \frac{x_f}{V_B} \Rightarrow x_f = [HO^-] \cdot V_B$

$* x_{max} = C_B \cdot V_B$

$* \tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[HO^-] \cdot V_B}{C_B \cdot V_B} = \frac{[HO^-]}{C_B}$

$* \Rightarrow [HO^-] = C_B \cdot \tau$

$* [NH_4^+] = \frac{x_f}{V_B} = [HO^-] = C_B \cdot \tau$

$* [NH_3] = \frac{C_BV_B - x_f}{V_B} = C_B - \frac{x_f}{V_B}$

$= C_B - [HO^-]$

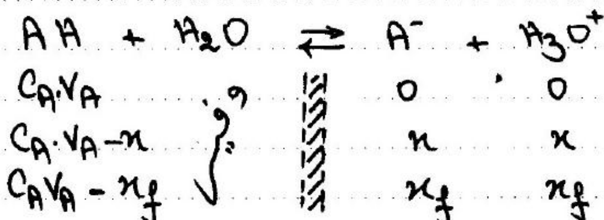
$= C_B - C_B \cdot \tau$

$$[NH_3] = C_B \cdot (1-\tau)$$

$$\boxed{k_A = \frac{C_B(1-\tau) \cdot k_e}{C_B \cdot \tau \times C_B \tau} = \frac{(1-\tau) \cdot k_e}{C_B \cdot \tau^2}}$$

Ⅴ مقارنة سلوك الأحماض

$$AH + H_2O \rightleftarrows A^- + H_3O^+$$



AH + H_2O		A^-	H_3O^+
$C_A V_A$	وفير	0	0
$C_A \cdot V_A - x$		x	x
$C_A V_A - x_f$		x_f	x_f

تعبير τ بدلالة C_A و $[H_3O^+]$

* $[H_3O^+] = \frac{x_f}{V_A} \Rightarrow x_f = [H_3O^+]\times V_A$

* $x_{max} = C_A \cdot V_A$

$$\Rightarrow \tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]\cdot V_A}{C_A\cdot V_A}$$

إذن $\tau = \frac{[H_3O^+]}{C_A}$

و $K_A = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[AH]}$

$$\tau = \frac{[H_3O^+]}{C} = \frac{10^{-pH}}{C}$$

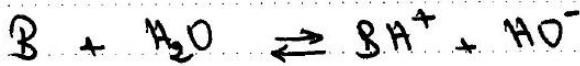
بالنسبة لمحاليل مائية لها نفس التركيز C :

كلما كان pH صغيراً كلما كانت نسبة التقدم τ كبيرة و بالتالي ثابتة الحمضية K_A كبيرة و pK_A صغيرة .

يكون الحمض أقوى كلما كان :

$pK_A \downarrow$; $K_A \uparrow$; $\tau \uparrow$; $pH \downarrow$

VI - مقارنة سلوك القواعد في محلول مائي



$$B + H_2O \rightleftarrows BH^+ + HO^-$$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[HO^-]\cdot V}{C\cdot V} = \frac{[HO^-]}{C}$$

$$\tau = \frac{k_e}{[H_3O^+]\cdot C} = \frac{k_e}{10^{-pH}\times C}$$

$$\tau = \frac{k_e}{C}\times 10^{pH}$$

تكون القاعدة أقوى كلما كان :

$pK_A \uparrow$; $K_A \downarrow$; $\tau \uparrow$; $pH \uparrow$

VII - مجال الهيمنة :

1) الحمض يهيمن على القاعدة إذا كان :

$$[AH] > [A^-]$$

$\log 1 > \log\frac{[A^-]}{[AH]} \Leftarrow 1 > \frac{[A^-]}{[AH]} \Leftarrow$

$pH < pK_A \Leftarrow 0 > pH - pK_A \Leftarrow$

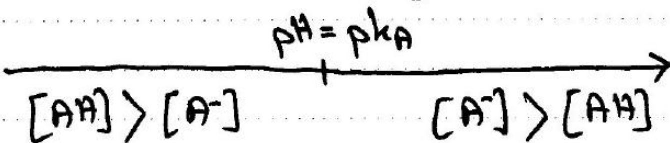
2) القاعدة تهيمن على الحمض إذا كان :

$$[A^-] > [AH]$$

$\log\frac{[A^-]}{[AH]} > \log 1 \Leftarrow \frac{[A^-]}{[AH]} > 1 \Leftarrow$

$pH > pK_A \Leftarrow pH - pK_A > 0 \Leftarrow$

3) حدد على محور pH مجال الهيمنة :



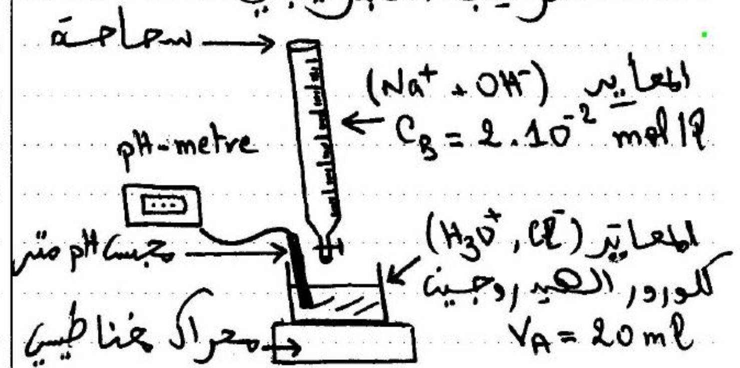
VIII . المعايرة الحمضية القاعدية .

1) معايرة محلول كلورور الهيدروجين بمحلول هيدروكسيد الصوديوم .

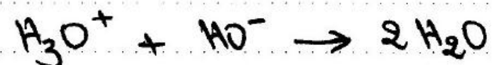
$(H^+ ; Cl^-)$ — $C_A = ?$ — $V_A = 20ml$

$(Na^+ ; OH^-)$ — $C_B = 2.10^{-2} mol/l$ — $V_{BE} = \dots ml$

a - التركيب التجريبي :



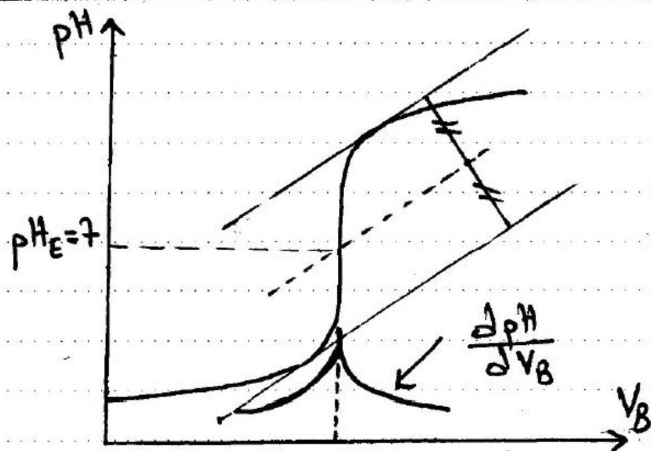
b - معادلة تفاعل المعايرة :



$$H_3O^+ + HO^- \rightarrow 2H_2O$$

c - إحداثيات نقطة التكافؤ.

نحددها انطلاقا من المبيان الذي يمثل تغيرات pH المحلول المعاير بدلالة الحجم V_B للمحلول المعاير، أي $pH = f(V_B)$

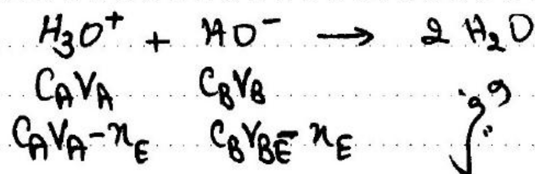


$V_{BE} = 20ml$

إحداثيات نقطة التكافؤ :

$$E(V_{BE} = 20ml\ ;\ pH_E = 7)$$

② أوجد تعبير C_A بدلالة C_B ; V_{BE} و V_A



H_3O^+	+ HO^-	$\rightarrow 2H_2O$
C_AV_A	C_BV_B	
$C_AV_A - x_E$	$C_BV_{BE} - x_E$	وفير

عند التكافؤ يختفي المعاير والمعاير كليا :

$$\begin{cases} C_AV_A - x_E = 0 \\ C_BV_{BE} - x_E = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_AV_A = x_E \\ C_BV_{BE} = x_E \end{cases}$$

$$\Leftarrow \quad C_AV_A = C_B \cdot V_{BE}$$

$$C_A = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A}$$

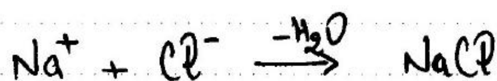
③ أحسب ثابتة التوازن، واستنتج. نعطي $pK_e = 14$ عند 25°C.

$$K_A = \frac{1}{[H_3O^+][HO^-]} = \frac{1}{K_e} = \frac{1}{10^{-pKe}}$$

$$K_A = \frac{1}{10^{-14}} = 10^{14} > 10^4$$

إذن التفاعل تام.

④ نبخر الخليط عند التكافؤ فنحصل على جسم صلب أبيض اللون. ما كتلته وصيغته وما اسمه؟



$$Na^+ + Cl^- \xrightarrow{-H_2O} NaCl$$

* الاسم : كلورور الصوديوم.
* الصيغة : NaCl.
* الكتلة : $n(Na^+) = n(Cl^-) = n(NaCl)$

$$C_BV_{BE} = C_AV_A = \frac{m}{M}$$

$$m = C_A \cdot V_A \cdot M(NaCl)$$

⑤ أجرد الأنواع الكيميائية المتواجدة في الخليط عند التكافؤ.

H_3O^+ ; HO^- ; H_2O ; Na^+ ; Cl^-

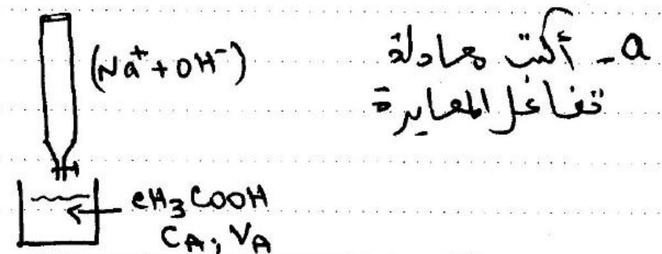
* $[H_3O^+] = 10^{-pH_E} = 10^{-7}\ mol/l$

* $[HO^-] = \dfrac{ke}{[H_3O^+]} = \dfrac{10^{-14}}{10^{-7}} = 10^{-7}\ mol/l$

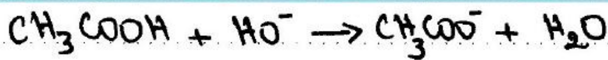
* $[Na^+] = \dfrac{n(Na^+)}{V_A + V_{BE}} = \dfrac{C_B V_{BE}}{V_A + V_{BE}}$

* $[Cl^-] = \dfrac{n(Cl^-)}{V_A + V_{BE}} = \dfrac{C_A V_A}{V_A + V_{BE}}$

6 معايرة حمض يتفكك جزئيا في الماء - مثال : حمض الإيثانويك.

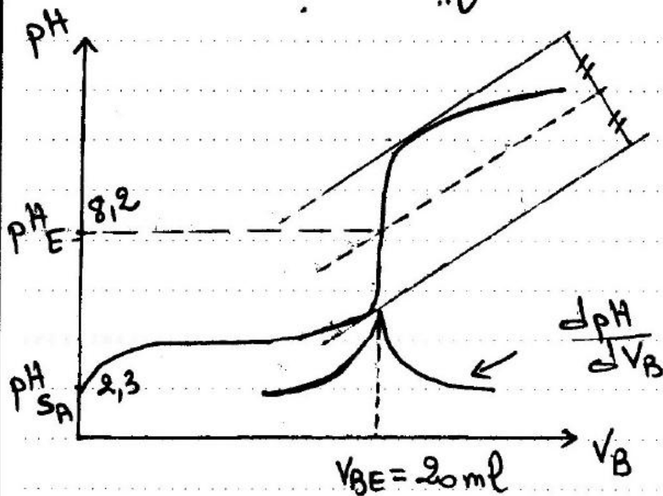


a- أكتب معادلة تفاعل المعايرة



$$CH_3COOH + HO^- \longrightarrow CH_3COO^- + H_2O$$

b- أوجد إحداثيات نقطة التكافؤ محددا الطريقة المتبعة.

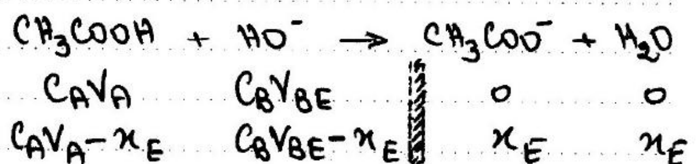


* الطريقة ① : نقوم بإسقاط النقطة التي يأخذ فيها المنحنى $\frac{dpH}{dV_B}$ قيمة قصوية على المحور (OX).

مبيانيا : $E(V_{BE} = 20ml\ ;\ pH_E = 8,2)$

* الطريقة ② : طريقة المماسات.
نقوم برسم مستقيمين متوازيين مماسين لنقطتي الإنعطاف ثم نرسم العمودي عليهما. واسط القطعة يقطع المنحنى في النقطة E.

c- أوجد تركيز المحلول S_A.



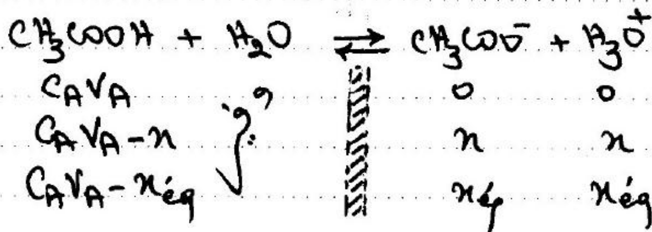
CH_3COOH	$+\ HO^-$	$\longrightarrow$	CH_3COO^-	$+\ H_2O$
$C_A V_A$	$C_B V_{BE}$		0	0
$C_A V_A - x_E$	$C_B V_{BE} - x_E$		x_E	x_E

عند التكافؤ, النوعين المعاير HO^- و المعاير CH_3COOH مختفيين.

$$\left.\begin{array}{l} C_A V_A - x_E = 0 \\ C_B V_{BE} - x_E = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow C_A V_A = C_B V_{BE}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_A = \frac{C_B V_{BE}}{V_A}}$$

d- بين أن تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء جزئي :



CH_3COOH	$+\ H_2O$	$\rightleftarrows$	CH_3COO^-	$+\ H_3O^+$
$C_A V_A$	وفير		0	0
$C_A V_A - x$			x	x
$C_A V_A - x_{éq}$			$x_{éq}$	$x_{éq}$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{x_{éq}}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+] \times V_A}{C_A \cdot V_A}$$

$$\boxed{\tau = \frac{[H_3O^+]}{C_A} = \frac{10^{-2,3}}{....}}$$

من السؤال C

e- بين أن تفاعل المعايرة كلي :
نعطي $pk_A = 4,8$ و $pk_e = 14$ عند 25°C.

لدينا :
$$k = \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH][HO^-]}$$

$$k = \frac{[CH_3COO^-][H_3O^+]}{[CH_3COOH][OH^-][H_3O^+]}$$

$$k = \frac{K_A}{K_e} = \frac{10^{-pK_A}}{10^{-pK_e}} = \frac{10^{-4,8}}{10^{-14}}$$

$$K = 1,58 . 10^9 > 10^4$$

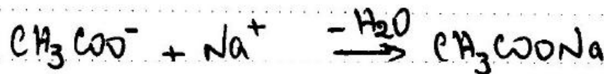
إذن التفاعل تام.

f- كيف تفسر طبيعة الخليط عند التكافؤ.

عند التكافؤ يكون $pH_E > 7$ ويعزى ذلك إلى أن الخليط عند التكافؤ يحتوي على أيونات CH_3COO^- و Na^+ ونعلم أن Na^+ لا يشارك في التفاعل، إذن المسؤول عن قاعدية الخليط عند التكافؤ هو CH_3COO^- لكونه يتفكك جزئيا في الماء لبعض أيونات إضافية HO^- وفق المعادلة التالية:



g- نبخر الخليط عند التكافؤ ما أسم وصيغة وكتلة الجسم الصلب المتكون



الجسم : إيثانوات الصوديوم

الصيغة : CH_3COONa

الكتلة :

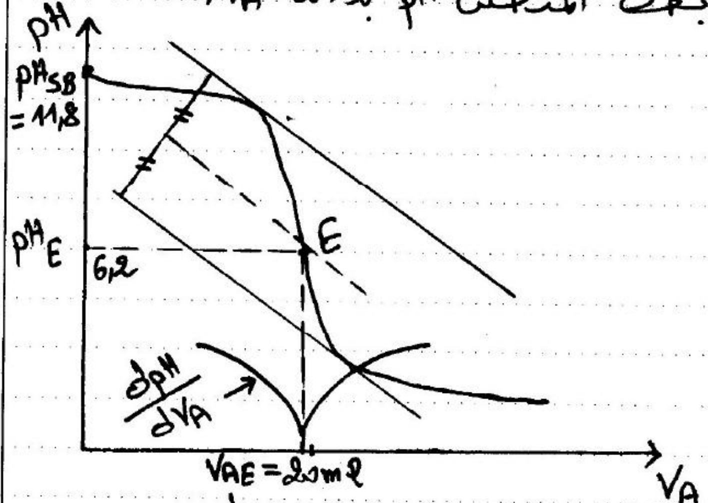
$$n(Na^+) = n(CH_3COONa)$$

$$C_B V_{BE} = \frac{m}{M(CH_3COONa)}$$

$$m = C_B . V_{BE} \times M(CH_3COONa)$$

7 معايرة قاعدة تتفكك جزئيا في الماء.

نعاير حجما $V_B = 20ml$ من الأمونياك NH_3 بواسطة محلول حمض الكلوريدريك $(H_3O^+ ; Cl^-)$ ذي $C_A = 10^{-2} mol/l$ ثم نقوم بخط المنحنى pH بدلالة V_A.



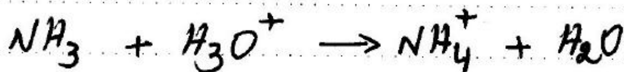
a- أوجد إحداثيات نقطة التكافؤ

* باستعمال طريقة المماسات نجد مبيانيا

$$E(V_{AE} = 20ml \; ; \; pH_E = 6,2)$$

* أو نقوم بإسقاط النقطة التي يأخذ فيها المنحنى $\frac{dpH}{dV_A}$ قيمة دنوية.

b- أكتب معادلة التفاعل.



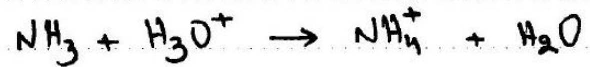
c- أحسب ثابتة التوازن k نعطي $pK_A(NH_4^+/NH_3) = 9,2$ استنتج.

$$k = \frac{[NH_4^+]}{[NH_3][H_3O^+]} = \frac{1}{\frac{[NH_3][H_3O^+]}{[NH_4^+]}}$$

$$k = \frac{1}{K_A} = \frac{1}{10^{-pK_A}} = 10^{pK_A} = 1,58 . 10^9$$

استنتاج : $k > 10^4 \Leftarrow$ تفاعل تام.

d- أوجد تعبير C_B :



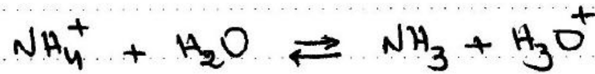
ح.ب	C_BV_B	C_AV_{AE}	0	
ح.ن	$C_BV_B - x$	$C_AV_{AE} - x_E$	x_E	

$$\left.\begin{array}{l} C_BV_B - x_E = 0 \\ C_AV_{AE} - x_E = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow C_BV_B = C_AV_{AE}$$

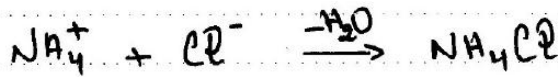
$$\Leftarrow \quad C_B = \frac{C_A \cdot V_{AE}}{V_B}$$

e- كيف تفسر الطبيعة الحمضية للمحلول عند التكافؤ؟

عند التكافؤ يحتوي الخليط على أيونات NH_4^+ و Cl^- ، ونعلم أن Cl^- أيون غير نشيط لا يشارك في التفاعل، إذن الأيون المسؤول عن حمضية المحلول هو NH_4^+ لكونه يتفكك جزئيا في الماء ليعطي أيونات إضافية H_3O^+ وفق التفاعل:



f- نبخر الخليط عند التكافؤ، فنحصل على جسم صلب أبيض، ما أسم وصيغة وكتلة الجسم المتكون؟



* الإسم : كلورور الأمونيوم
* الصيغة : NH_4Cl
* الكتلة :

$$n(Cl^-) = n(NH_4Cl)$$

$$C_AV_{AE} = \frac{m}{M(NH_4Cl)}$$

$$m = C_A \cdot V_{AE} \cdot M(NH_4Cl)$$

IX الكواشف الملونة .

1) يتكون الكاشف الملون من مزدوجة حمض - قاعدة $HInd/Ind^-$.

* يأخذ الكاشف الملون لون الحمض إذا كان $[HInd] > 10[Ind^-]$.

$$\frac{1}{10} > \frac{[Ind^-]}{[HInd]}$$

$$\log\frac{1}{10} > \log\frac{[Ind^-]}{[HInd]}$$

$$\log 1 - \log 10 > \log\frac{[Ind^-]}{[HInd]}$$

$$-1 > \log\frac{[Ind^-]}{[HInd]}$$

$$-1 > pH - pk_A$$

$$pH < pk_A - 1$$

* يأخذ الكاشف الملون لون القاعدة إذا كان : $[Ind^-] > 10[HInd]$

$$\frac{[Ind^-]}{[HInd]} > 10$$

$$\Rightarrow \log\frac{[Ind^-]}{[HInd]} > \log 10$$

$$pH - pk_A > 1$$

$$pH > pk_A + 1$$

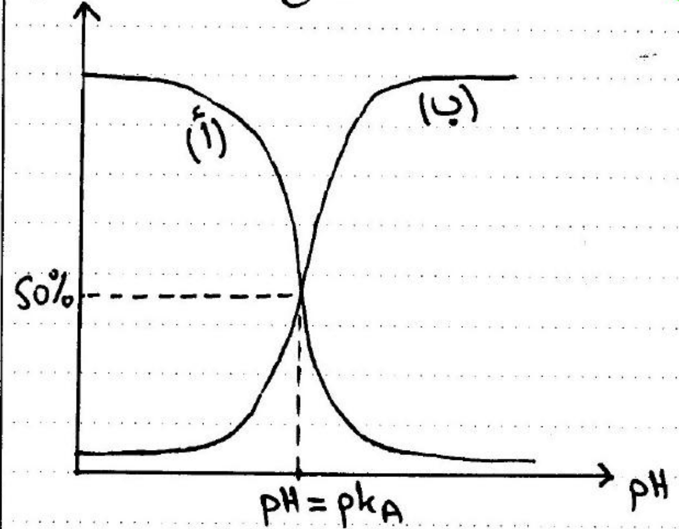
$pH < pk_A - 1$ — منطقة الإنعطاف — $pH > pk_A + 1$

لون الحمض — $pk_A - 1$ — $pk_A + 1$ — لون القاعدة

* منطقة الإنعطاف :

$$pk_A - 1 < pH < pk_A + 1$$

2) مخطط التوزيع :



a- عين مبيانيا pK_A :

عند نقطة تقاطع المنحنيين (أ) و(ب) تكون نسبة الحمض تساوي نسبة القاعدة

إذن : $[A^-] = [AH]$

ونعلم أن $pH = pK_A + \log \frac{[A^-]}{[AH]}$

ومنه : $pH = pK_A + \log 1$

$$pH = pK_A$$

b- أي المنحنيين يمثل الحمض AH وأيهما يمثل القاعدة A^- .

نعلم أنه عندما يكون $pH < pK_A$ الحمض يهيمن على القاعدة، وبما أنه في هذا المجال، المنحنى (أ) يوجد فوق المنحنى (ب)، إذن نسبة الحمض تكون أكبر بالنسبة للمنحنى (أ). وبالتالي المنحنى (أ) هو الذي يمثل الحمض AH.

